

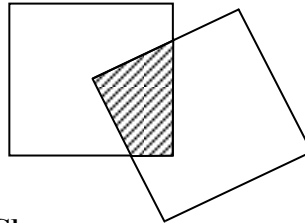
# Solusi Pengayaan Matematika

## Edisi 9

### Nomor Soal: 81-90

81. Dua ubin persegi dari sisi 30 cm ditempatkan pada pojok dari satu pusat yang lain. Luas daerah yang diarsir adalah ....

- A.  $900 \text{ cm}^2$
- B.  $325 \text{ cm}^2$
- C.  $225 \text{ cm}^2$
- D.  $125 \text{ cm}^2$
- E.  $75 \text{ cm}^2$

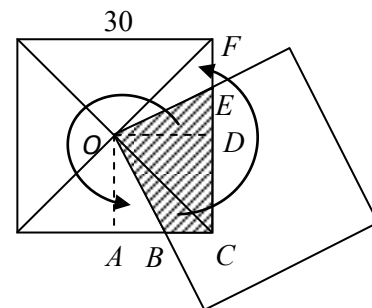


**Solusi 1: Menggunakan Diagram [C]**

Dalam  $\triangle ABC$  bahwa  $A + B + C = 180^\circ$  atau  $C = 180^\circ - (A + B)$ .

Karena  $\triangle OBC \cong \triangle OEF$ , maka dengan memindahkan  $\triangle OBC$  ke tempat  $\triangle OEF$  diperoleh  $\triangle OCF$  yang sama dengan luas daerah yang diarsir =  $\frac{1}{4} \times$  luas persegi besar

$$= \frac{1}{4} \times 30^2 = \frac{1}{4} \times 900 = 225 \text{ cm}^2$$



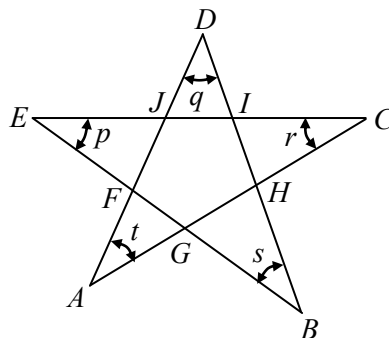
**Solusi 2: Menggunakan Rumus [C]**

Perhatikan bahwa  $\triangle OAB \cong \triangle ODE$ .

$$\begin{aligned} \text{Luas daerah yang diarsir} &= \text{luas } \triangle ODE + \text{luas trapesium } OBCD \\ &= \text{luas } \triangle OAB + \text{luas trapesium } OBCD \\ &= \text{luas persegi } OACD \\ &= \frac{1}{4} \times \text{luas persegi besar} = \frac{1}{4} \cdot 30^2 = \frac{1}{4} \cdot 900 = 225 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

82. Tentukanlah jumlah dari sudut-sudut yang ditandai pada diagram berikut ini.

- A.  $270^\circ$
- B.  $240^\circ$
- C.  $210^\circ$
- D.  $180^\circ$
- E.  $150^\circ$



**Solusi: [D]**

Pada  $\triangle FBD$ :  $\angle F = 180^\circ - q - s$

Pada  $\triangle GCE$ :  $\angle G = 180^\circ - r - p$

Pada  $\triangle HAD$ :  $\angle H = 180^\circ - t - q$

Pada  $\triangle IBE$ :  $\angle I = 180^\circ - s - p$

Pada  $\Delta JAC$ :  $\angle J = 180^\circ - t - r$

$$\angle F + \angle G + \angle H + \angle I + \angle J = 900^\circ - 2p - 2q - 2r - 2s - 2t$$

$$(5 - 2) \times 180^\circ = 900^\circ - 2p - 2q - 2r - 2s - 2t$$

$$540^\circ = 900^\circ - 2p - 2q - 2r - 2s - 2t$$

$$2p + 2q + 2r + 2s + 2t = 360^\circ$$

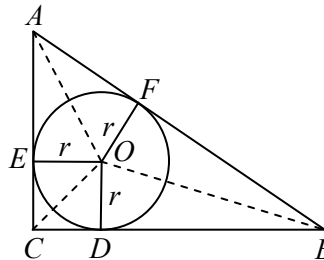
$$p + q + r + s + t = 180^\circ$$

**Catatan:**

1. Jumlah sudut dalam segi- $n$  adalah  $(n - 2) \times 180^\circ$ .
2. Jumlah sudut luar segi- $n$  adalah  $360^\circ$ .
3. Jumlah diagonal segi- $n$  adalah  $\frac{1}{2}n(n - 3)$ .
4. Besar tiap sudut segi- $n$  beraturan adalah  $\frac{(n - 2) \times 180^\circ}{n}$

83. Jika  $AB = 17$  cm,  $BC = 8$  cm, dan  $AC = 15$  cm, maka jari-jari lingkaran dalam  $r$  adalah ....

- A. 7 cm
- B. 6 cm
- C. 5 cm
- D. 4 cm
- E. 3 cm



**Solusi: [E]**

Karena  $\Delta ABC$  siku-siku di  $C$ , maka

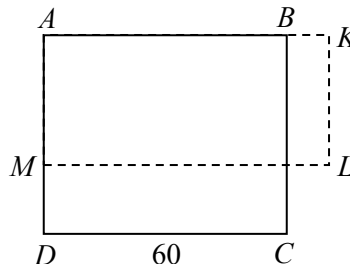
$$\text{Luas } \Delta ABC \text{ adalah } L = \frac{1}{2}BC \times AC = \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\text{Setengah keliling } \Delta ABC \text{ adalah } s = \frac{1}{2}(BC + AC + AB) = \frac{1}{2}(8 + 15 + 17) = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Jari-jari lingkaran dalam } \Delta ABC \text{ adalah } r = \frac{L}{s} = \frac{60}{20} = 3 \text{ cm}$$

84.  $ABCD$  adalah sebuah persegi dengan panjang sisinya 60 cm. Sisi  $AB$  bertambah dengan 15% dan sisi  $AD$  berkurang dengan 40% menjadi persegi panjang  $AKLM$ . Berapa persentase luas yang dimiliki persegi  $ABCD$  dari persegi sebelum berkurang?

- A. 41%
- B. 39%
- C. 31%
- D. 30%
- E. 21%



**Solusi:**

$$\text{Luas persegi } ABCD = 60 \times 60 = 3600 \text{ cm}^2$$

$$AK = 60 + 15\% \times 60 = 69 \text{ cm}$$

$$AM = 60 - 40\% \times 60 = 36 \text{ cm}$$

$$\text{Luas persegi panjang } AKLM = 69 \times 36 = 2484 \text{ cm}^2$$

Persentase luas yang dimiliki persegi  $ABCD$  dari persegi sebelum berkurang  
 $= 100\% - \frac{2484}{3600} \times 100\% = 31\%$

85. Dua buah sudut dalam segi-6 masing-masing adalah  $70^\circ$  dan  $50^\circ$ , sedangkan ke empat sudut lainnya berbanding sebagai  $2 : 3 : 4 : 6$ , sehingga sudut-sudut tersebut adalah ....

- (1)  $240^\circ$                       (2)  $160^\circ$                       (3)  $120^\circ$                       (4)  $80^\circ$

Pernyataan-pernyataan yang benar adalah ....

- A. (1), (2), dan (3)                      C. (2) dan (4)                      E. Semuanya benar  
 B. (1) dan (3)                      D. Hanya (4) saja

**Solusi: [E]**

Jumlah sudut dalam segi-6 =  $(6 - 2) \times 180^\circ = 720^\circ$ .

Jumlah keempat sudut itu =  $720^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 600^\circ$

Ke empat sudut itu adalah:

$$\text{Sudut pertama} = \frac{2}{2+3+4+6} \times 600^\circ = \frac{2}{15} \times 600^\circ = 80^\circ$$

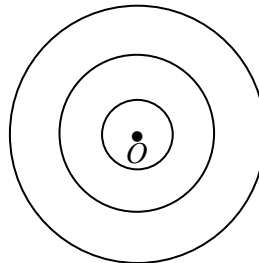
$$\text{Sudut ke dua} = \frac{3}{2+3+4+6} \times 600^\circ = \frac{3}{15} \times 600^\circ = 120^\circ$$

$$\text{Sudut ke tiga} = \frac{4}{2+3+4+6} \times 600^\circ = \frac{4}{15} \times 600^\circ = 160^\circ$$

$$\text{Sudut ke empat} = \frac{6}{2+3+4+6} \times 600^\circ = \frac{6}{15} \times 600^\circ = 240^\circ$$

86. Di dalam lingkaran yang berpusat di  $O$  dengan luas  $1.024 \text{ cm}^2$  dibuat lingkaran-lingkaran sepusat (konsentris) yang berjari-jari setengah dari jari-jari lingkaran di luarnya. Luas lingkaran ke lima adalah .....

- A.  $8 \text{ cm}^2$   
 B.  $6 \text{ cm}^2$   
 C.  $5 \text{ cm}^2$   
 D.  $4 \text{ cm}^2$   
 E.  $3 \text{ cm}^2$



**Solusi: [D]**

$$L_1 = \pi r^2 = L$$

$$L_2 = \pi \left(\frac{1}{2}r\right)^2 = \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{1}{4} L$$

$$L_3 = \pi \left(\frac{1}{4}r\right)^2 = \frac{1}{16} \pi r^2 = \frac{1}{16} L$$

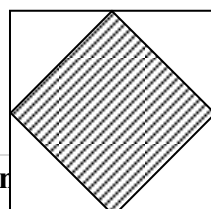
$$L_4 = \pi \left(\frac{1}{8}r\right)^2 = \frac{1}{64} \pi r^2 = \frac{1}{64} L$$

$$L_5 = \pi \left(\frac{1}{16}r\right)^2 = \frac{1}{256} \pi r^2 = \frac{1}{256} L = \frac{1}{256} \times 1.024 = 4 \text{ cm}^2$$

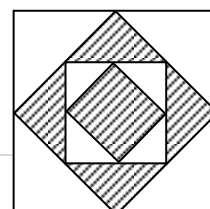
Jadi, luas lingkaran ke lima adalah  $4 \text{ cm}^2$ .

87. Jika gambar hiasan di bawah ini dilanjutkan, berapa persentase luas dari daerah yang diarsir pada gambar ketiga dibandingkan dengan luas persegi terbesar?

- A.  $1 : 2$   
 B.  $1 : 1$   
 C.  $10 : 31$



Gambar 1



Gambar 2

- D. 11 : 31  
E. 11 : 32

**Solusi: [E]**

$$b = \frac{1}{2}(16a)\sqrt{2} = 8a\sqrt{2}$$

$$c = \frac{1}{2}b\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 8a\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8a$$

$$d = \frac{1}{2}c\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 8a \times \sqrt{2} = 4a\sqrt{2}$$

$$e = \frac{1}{2}d\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 4a\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4a$$

$$f = \frac{1}{2}e\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 4a \times \sqrt{2} = 2a\sqrt{2}$$

$$L_1 = f^2 + (d^2 - e^2) + (b^2 - c^2)$$

$$= (2a\sqrt{2})^2 + [(4a\sqrt{2})^2 - (4a)^2] + [(8a\sqrt{2})^2 - (8a)^2]$$

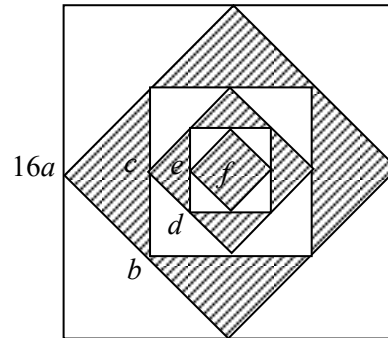
$$= (2a\sqrt{2})^2 + [(4a\sqrt{2})^2 - (4a)^2] + [(8a\sqrt{2})^2 - (8a)^2] = 8a^2 + 32a^2 - 16a^2 + 128a^2 - 64a^2$$

$$= 88a^2$$

$$L_2 = (16a)^2 = 256a^2$$

$$L_1 : L_2 = 88a^2 : 256a^2 = 11 : 32$$

Jadi, luas dari daerah yang diarsir pada gambar ketiga dibandingkan dengan luas persegi terbesar 11 : 32 .



Gambar 3

88. Diberikan  $\triangle ABC$  sama sisi dan titik  $P$  terletak di dalam segitiga itu. Dari titik  $P$  ditarik garis-garis tinggi ke setiap sisi segitiga itu. Jika panjang sisi segitiga tersebut adalah 6 cm, maka jumlah ketiga garis tinggi itu selalu konstan untuk setiap posisi titik  $P$ , yaitu ....  
A.  $4\sqrt{3}$  cm      B.  $3\sqrt{3}$  cm      C.  $2\sqrt{3}$  cm      D.  $3\sqrt{2}$  cm      E. 4 cm

**Solusi: [B]**

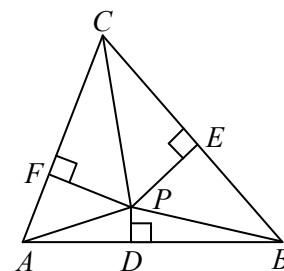
Misalnya panjang sisi  $\triangle ABC$  sama sisi adalah  $k$ , sehingga

$$L_{\triangle ABC} = L_{\triangle APB} + L_{\triangle BPC} + L_{\triangle APC}$$

$$L_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}c \times PD + \frac{1}{2}a \times PE + \frac{1}{2}b \times PF$$

$$\frac{1}{4} \times 6^2 \times \sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 6 \times PD + \frac{1}{2} \times 6 \times PE + \frac{1}{2} \times 6 \times PF$$

$$3\sqrt{3} = PD + PE + PF$$

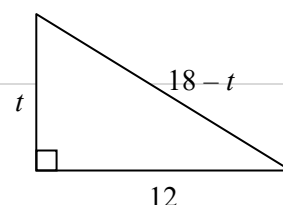


Jadi, jumlah ketiga garis tinggi itu selalu konstan untuk setiap posisi titik  $P$ , yaitu  $3\sqrt{3}$  .

89. Sebuah tiang tingginya 18 cm yang berdiri tegak di tanah patah pada bagian tertentu karena tertiuip angin kencang, sehingga ujung tiang yang berada di tanah berjarak 12 m ke tiang yang masih berdiri tegak. Tinggi tiang sekarang adalah ....  
A. 8 m      B. 7 m      C. 6 m      D. 5 m      E. 4 m

**Solusi:**

Menurut Teorema Pythagoras:



$$(18-t)^2 = t^2 + 12^2$$

$$324 - 36t + t^2 = t^2 + 144$$

$$-36t = -180$$

$$t = 5$$

Jadi, tinggi tiang yang masih berdiri tegak itu adalah 5 m.

90. Sepotong kawat yang panjangnya 40 cm dibentuk menjadi segitiga siku-siku. Salah satu sisi siku-sikunya memiliki panjang 15 cm. Berapakah panjang sisi miringnya?

A. 8 cm                      B. 9 cm                      C. 12 cm                      D. 17 cm                      E. 18 cm

**Solusi: [D]**

Misalnya panjang sisi miring  $x$  cm dan panjang sisi siku-siku yang lainnya  $y$ . Sehingga

Keliling segitiga siku-siku = 40

$$x + y + 15 = 40$$

$$y = 25 - x$$

Menurut Teorema Pythagoras:

$$x^2 = (25 - x)^2 + 15^2$$

$$x^2 = 625 - 50x + x^2 + 225$$

$$50x = 850$$

$$x = 17$$

Jadi, panjang sisi miringnya adalah 17 cm.

