

Pengayaan Matematika

Edisi 8

Nomor Soal: 71-80

Selesaikanlah soal-soal berikut ini.

71. Buktikan bahwa hasil kali empat bilangan bulat berturut-turut adalah tak pernah berbentuk kuadrat sempurna.
72. Jika $s = p + q + r$, buktikan bahwa $(ps + qr)(qs + pr)(rs + pq)$ kuadrat sempurna.
73. Buktikan bahwa di antara sembarang dua belas bilangan dua digit terdapat dua yang selisihnya terbentuk oleh dua digit identik.
74. Buktikan bahwa untuk sebarang utuhan n , $n^5 - 5n^3 + 4n$ terbagikan oleh 120.
75. Misalnya A adalah himpunan yang anggotanya adalah 20 bilangan bulat yang diambil dari berisan aritmetika 1, 4, 7, ..., 100. Buktikan bahwa selalu ada dua bilangan bulat di A yang hasil tambahnya sama dengan 104.
76. Buktikan bahwa ada satu dan hanya satu bilangan asli n sehingga $m^2 = 2^8 + 2^{11} + 2^n$ merupakan nilangan kuadrat murni.
77. Dua bilangan bulat x dan y dikatakan *kongruen modulo n* , ditulis $x \equiv y \pmod{n}$, jika $x - y = kn$ untuk suatu bilangan bulat k . Apakah pernyataan di bawah ini bernilai benar?
 $2^x \equiv 2^y \pmod{n}$ bila $x \equiv y \pmod{n}$. Jelaskan!
78. Buktikan bahwa $\underbrace{11111\dots1}_{2005} \underbrace{122222\dots225}_{2006}$ adalah bentuk kuadrat sempurna.
79. Buktikan bahwa hasil kali empat buah bilangan bulat positif berurutan tidak pernah berbentuk kuadrat sempurna.
80. Buktikan bahwa $a^2 + b^2 = a^2b^2$ tidak memiliki penyelesaian bulat, kecuali $a = b = 0$.