

Solusi Pengayaan Matematika

Edisi 7

Nomor Soal: 61-70

61. Berapakah banyak bilangan bulat x positif yang memenuhi $|x| < 2007$ dan $|x-3| > 1998$?

A. 6 B. 5 C. 4 D. 3 E. 2

Solusi: [B]

$$|x| < 2007$$

$$-2007 < x < 2007 \dots (1)$$

$$|x-3| > 1998$$

$$x-3 > 1998 \text{ atau } x-3 < -1998$$

$$x > 2001 \text{ atau } x < -1995 \dots (2)$$

Dari $(1) \cap (2)$ menghasilkan $-2007 < x < -1995$ atau $2001 < x < 2007$.

Karena x adalah bilangan bulat positif, maka penyelesaiannya $\{2002, 2003, 2004, 2005, 2006\}$.

Jadi, banyak bilangan bulat adalah 5.

62. Diberikan x dan y adalah bilangan real sedemikian sehingga $x + y + |x - y| = -148$. Jika N adalah nilai terkecil yang mungkin dari xy , tentukan jumlah angka-angka N .

A. 22 B. 21 C. 20 D. 19 E. 18

Solusi: [C]

$$x + y + |x - y| = -148 = \begin{cases} x + y + (x - y) = 2x, & \text{jika } x \geq y \\ x + y + (y - x) = 2y, & \text{jika } x \leq y \end{cases}$$

$$x = -74 \text{ dan } y = -74$$

$$\text{Nilai terkecil } N = xy = (-74)(-74) = 5476.$$

Jadi, jumlah angka-angka N adalah $5 + 4 + 7 + 6 = 20$.

63. Jika $|x + y + 2| + (x - y + 1)^2 = 0$, tentukan nilai $y - x$.

A. 5 B. 4 C. 3 D. 2 E. 1

Solusi: [E]

$|x + y + 2|$ dan $(x - y + 1)^2$ keduanya adalah bilangan non negatif, sehingga haruslah

$$x - y + 1 = 0$$

$$y - x = 1$$

64. Jumlah siswa di suatu sekolah selama empat tahun dari 2007 sampai 2010 adalah 325. Jumlah siswa di sekolah yang sama selama tahun dari 2007 sampai 2011 naik 4%. Berapa banyak siswa di sekolah ini pada tahun 2011?

A. 1690 B. 1300 C. 390 D. 169 E. 130

Solusi: [C]

Banyak siswa selama 4 tahun dari 2007 sampai 2011 adalah $4 \times 325 = 1300$

Banyak siswa selama 5 tahun dari 2007 sampai 2011 naik 4% adalah $325 + 4\% \times 325 = 338$, sehingga banyak siswa seluruhnya adalah $5 \times 338 = 1690$

Jadi, banyak siswa di sekolah ini pada tahun 2011 adalah $1690 - 1300 = 390$.

65. Carilah himpunan penyelesaian dari $|9 - 2x| \geq |4x|$.

A. $\left\{x \mid x \leq -4\frac{1}{2} \text{ atau } x \geq 1\frac{1}{2}\right\}$ C. $\left\{x \mid x \leq -1\frac{1}{2} \text{ atau } x \geq 4\frac{1}{2}\right\}$ E. $\left\{x \mid x \geq 1\frac{1}{2}\right\}$

B. $\left\{x \mid -4\frac{1}{2} \leq x \leq 1\frac{1}{2}\right\}$ D. $\left\{x \mid x \leq -4\frac{1}{2}\right\}$

Solusi: [A]

$$|9 - 2x| \geq |4x|$$

$$\sqrt{(9 - 2x)^2} \geq \sqrt{(4x)^2}$$

$$(9 - 2x)^2 \geq (4x)^2$$

$$(9 - 2x + 4x)(9 - 2x - 4x) \geq 0$$

$$(9 + 2x)(9 - 6x) \geq 0$$

$$x \leq -\frac{9}{2} \text{ atau } x \geq \frac{9}{6}$$

$$x \leq -4\frac{1}{2} \text{ atau } x \geq 1\frac{1}{2}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya $\left\{x \mid x \leq -4\frac{1}{2} \text{ atau } x \geq 1\frac{1}{2}\right\}$.

66. Carilah himpunan penyelesaian dari $|x - 1| + |x - 2| = 0$.

A. \emptyset B. $\{2\}$ C. $\{1\}$ D. $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ E. $\left\{\frac{3}{2}, 2\right\}$

Solusi: [A]

$$|x - 1| + |x - 2| = 0$$

$$\sqrt{(x - 1)^2} + \sqrt{(x - 2)^2} = 0, \text{ dengan } x \geq 1 \text{ dan } x \geq 2$$

$$\sqrt{(x - 1)^2} = -\sqrt{(x - 2)^2}$$

$$(x - 1)^2 = (x - 2)^2$$

$$(x - 1 - x + 2)(x - 1 + x - 2) = 0$$

$$1(2x - 3) = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Dari syarat $x \geq 1$, $x \geq 2$, dan $x = \frac{3}{2}$ tidak ada satu pun nilai x yang memenuhi persamaan, maka

himpunan penyelesaiannya adalah \emptyset .

67. Jika $x \in R$ dan $|x - 5| + |x - 3| < k$, dengan $k > 0$, carilah nilai k .

A. $k > 2$ B. $k = 2$ C. $k > 3$ D. $k > 4$ E. $k > 5$

Solusi: [A]

Untuk $x \geq 5$, kita memperoleh

$$x - 5 + x - 3 < k$$

$$2x - 8 < k$$

Substitusikan $x = 5$, maka kita memperoleh:

$$2(5) - 8 < k$$

$$k > 2$$

Untuk $x \leq 3$, maka kita memperoleh:

$$-(x-5) - (x-3) < k$$

$$-2x + 8 < k$$

Substitusikan $x = 3$, maka kita memperoleh:

$$-2(3) + 8 < k$$

$$k > 2$$

68. Diketahui x dan y adalah bilangan real dengan $1 < y < 2$ dan $x - y + 1 = 0$. Hitunglah nilai

$$\sqrt{4x^2 + 4y - 3} + 2\sqrt{y^2 - 6x - 2y + 10}.$$

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6 E. 0

Solusi: [C]

Diketahui $x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = y - 1$

$$\begin{aligned} \sqrt{4x^2 + 4y - 3} + 2\sqrt{y^2 - 6x - 2y + 10} &= \sqrt{4(y-1)^2 + 4y - 3} + 2\sqrt{y^2 - 6(y-1) - 2y + 10} \\ &= \sqrt{4y^2 - 8y + 4 + 4y - 3} + 2\sqrt{y^2 - 6y + 6 - 2y + 10} = \sqrt{4y^2 - 4y + 1} + 2\sqrt{y^2 - 8y + 16} \\ &= \sqrt{(2y-1)^2} + 2\sqrt{(y-4)^2} = |2y-1| + 2|y-4| \quad (\text{Ingat } 1 < y < 2) \text{ sehingga} \\ &= 2y-1 - 2(y-4) = 7 \end{aligned}$$

69. Tentukan banyak anggota himpunan jawab dari $|x| + x < 1$, dengan x adalah bilangan cacah.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

Solusi: [A]

$$|x| + x < 1$$

$$|x| < 1 - x$$

$$-(1-x) < x < (1-x)$$

$$-(1-x) < x$$

$$-1 < 0$$

Pertidaksamaan itu dipenuhi oleh setiap nilai x .

$$x < (1-x)$$

$$x < \frac{1}{2}$$

Himpunan jawabnya adalah $\left\{ x \mid x < \frac{1}{2} \right\}$.

Karena x adalah bilangan cacah, maka $x = 0$, sehingga banyak anggota himpunan jawabnya adalah 1.

70. Jika $1 < y < 2$ dan $x - y + 1 = 0$, tentukanlah nilai $\sqrt{4x^2 + 4y - 3} + 2\sqrt{y^2 - 6x - 2y + 10}$.

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3 E. 2

Solusi: [D]

$$x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = y - 1$$

$$\sqrt{4x^2 + 4y - 3} + 2\sqrt{y^2 - 6x - 2y + 10} = \sqrt{4(y-1)^2 + 4y - 3} + 2\sqrt{y^2 - 6(y-1) - 2y + 10}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{4y^2 - 8y + 4 + 4y - 3} + 2\sqrt{y^2 - 6y + 6 - 2y + 10} = \sqrt{4y^2 - 4y + 1} + 2\sqrt{y^2 - 8y + 16} \\
 &= |2y - 1| + 2|y - 2|
 \end{aligned}$$

Jika $y = 1$, maka $|2y - 1| + 2|y - 2| = |2 \cdot 1 - 1| + 2|1 - 2| = 1 + 2 \cdot 1 = 3$

Jika $y = 2$, maka $|2y - 1| + 2|y - 2| = |2 \cdot 2 - 1| + 2|2 - 2| = 3 + 2 \cdot 0 = 3$

Jadi, nilai dari $\sqrt{4x^2 + 4y - 3} + 2\sqrt{y^2 - 6x - 2y + 10}$ adalah 3.