

Solusi Pengayaan Matematika

Edisi 7

Nomor Soal: 61-70

61. Jumlah akar-akar persamaan $|x-3|=7$ adalah
A. 40 B. 14 C. 10 D. 6 E. 4

Solusi 1: [D]

$$|x-3|=7$$

Jika $x-3 > 0$, maka $x-3=7$ atau $x=10$

Jika $x-3 < 0$, maka $-(x-3)=7$ atau $x=-4$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{10, -4\}$

Solusi 2: [D]

$$|x-3|=7$$

$$\sqrt{(x-3)^2}=7$$

$$(x-3)^2=7^2$$

$$(x-3-7)(x-3+7)=0$$

$$(x-10)(x+4)=0$$

$$x=10 \text{ atau } x=-4$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{10, -4\}$

62. Jika x_0 adalah penyelesaian dari persamaan $|1-2x|=0$, maka nilai dari $8x_0-1$
A. 8 B. 7 C. 6 D. 4 E. 3

Solusi: [E]

$$|1-2x|=0$$

$$1-2x=0$$

$$x=\frac{1}{2}$$

$$\text{Jadi, } 8 \times \frac{1}{2} - 1 = 4 - 1 = 3.$$

63. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar dari persamaan $\sqrt{(1-x)^2}=3$, maka nilai dari $|x_1|+|x_2|$ adalah
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8 E. 16

Solusi 1: [C]

$$\sqrt{(1-x)^2} = 3$$

$$(1-x)^2 = 3^2$$

$$(1-x-3)(1-x+3) = 0$$

$$(-2-x)(4-x) = 0$$

$$x = -2 \text{ atau } x = 4$$

$$\text{Jadi, } |x_1| + |x_2| = |-2| + |4| = 2 + 4 = 6$$

Solusi 2: [C]

$$\sqrt{(1-x)^2} = 3$$

$$|1-x| = 3$$

Jika $1-x > 0$ maka $1-x = 3$ atau $x = -2$

Jika $1-x < 0$ maka $-(1-x) = 3$ atau $1-x = -3$

$$x = 4$$

$$\text{Jadi, } |x_1| + |x_2| = |-2| + |4| = 2 + 4 = 6$$

64. Jika x adalah bilangan bulat yang memenuhi $|x+2| < 4$, maka banyak penyelesaiannya adalah

A. 10

B. 9

C. 8

D. 7

E. 6

Solusi 1: [D]

$$|x+2| < 4$$

$$-4 < x+2 < 4$$

$$-6 < x < 2$$

Karena x adalah bilangan bulat, maka nilai x yang memenuhi adalah 1, 0, -1, -2, -3, -4, dan -5, sehingga banyaknya penyelesaian adalah 7.

Solusi 2: [D]

$$|x+2| < 4$$

$$\sqrt{(x+2)^2} < 4$$

$$(x+2)^2 < 4^2$$

$$(x+2-4)(x+2+4) < 0$$

$$(x-2)(x+6) < 0$$

$$-6 < x < 2$$



Karena x adalah bilangan bulat, maka nilai x yang memenuhi adalah 1, 0, -1, -2, -3, -4, dan -5, sehingga banyaknya penyelesaian adalah 7.

65. Tentukan himpunan penyelesaian dari $\left| \frac{2x+1}{3} \right| \geq 5$.

- A. $\{x|-8 \leq x \leq 7\}$ B. $\{x|x \leq -8 \text{ atau } x \geq 7\}$ E. $\{x|x \geq 7\}$
 B. $\{x|-7 \leq x \leq 8\}$ D. $\{x|x \leq -8\}$

Solusi 1: [C]

$$\left| \frac{2x+1}{3} \right| \geq 5$$

$$\frac{2x+1}{3} \leq -5 \text{ atau } \frac{2x+1}{3} \geq 5$$

$$2x+1 \leq -15 \text{ atau } 2x+1 \geq 15$$

$$x \leq -8 \text{ atau } x \geq 7$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x|x \leq -8 \text{ atau } x \geq 7\}$.

Solusi 2: [C]

$$\left| \frac{2x+1}{3} \right| \geq 5$$

$$\sqrt{\left(\frac{2x+1}{3} \right)^2} \geq 5$$

$$\left(\frac{2x+1}{3} \right)^2 \geq 5^2$$

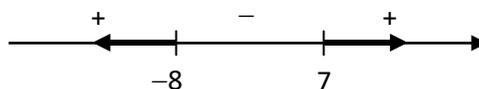
$$\left(\frac{2x+1}{3} - 5 \right) \left(\frac{2x+1}{3} + 5 \right) \geq 0$$

$$\left(\frac{2x+1-15}{3} \right) \left(\frac{2x+1+15}{3} \right) \geq 0$$

$$(2x-14)(2x+16) \geq 0$$

$$(x-7)(x+8) \geq 0$$

$$x \leq -8 \text{ atau } x \geq 7$$



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x|x \leq -8 \text{ atau } x \geq 7\}$.

66. Jika x adalah bilangan cacah yang memenuhi $|x+2| < |x-5|$, maka jumlah penyelesaiannya adalah
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

Solusi 1: [B]

$$|x+2| < |x-5|$$

Jika $x+2 > 0$, maka

$$x+2 < x-5$$

Tidak ada nilai x yang memenuhi.

$$\text{Jika } x+2 < 0, \text{ maka } x+2 < -(x-5) \text{ atau } x < \frac{3}{2}$$

Karena x adalah bilangan cacah maka penyelesaian adalah 0 dan 1.

Jadi, jumlah penyelesaiannya adalah $0 + 1 = 1$.

Solusi 2: [B]

$$|x+2| < |x-5|$$

$$\sqrt{(x+2)^2} < \sqrt{(x-5)^2}$$

$$(x+2)^2 < (x-5)^2$$

$$(x+2-x+5)(x+2+x-5) < 0$$

$$7(2x-3) < 0$$

$$x < \frac{3}{2}$$

Karena x adalah bilangan cacah maka penyelesaian adalah 0 dan 1.

Jadi, jumlah penyelesaiannya adalah $0 + 1 = 1$.

67. Tentukan himpunan penyelesaian dari $\left| \frac{x+2}{2x-3} \right| < 4$.

A. $\left\{ x \mid x < \frac{10}{9} \text{ atau } x > 2 \right\}$ C. $\left\{ x \mid x > \frac{10}{9} \right\}$ E. $\left\{ x \mid \frac{10}{9} < x < 2 \right\}$

B. $\left\{ x \mid x < \frac{10}{9} \right\}$ D. $\left\{ x \mid x > 2 \right\}$

Solusi 1: [A]

$$\left| \frac{x+2}{2x-3} \right| < 4$$

$$-4 < \frac{x+2}{2x-3} < 4$$

$$\frac{x+2}{2x-3} > -4$$

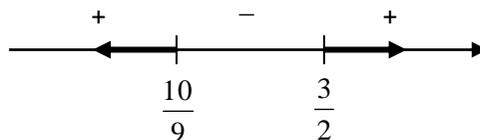
$$\frac{x+2}{2x-3} + 4 > 0$$

$$\frac{9x-10}{2x-3} > 0$$

$$x < \frac{10}{9} \text{ atau } x > \frac{3}{2} \dots (1)$$

$$\frac{x+2}{2x-3} < 4$$

$$\frac{x+2}{2x-3} - 4 < 0$$



$$\frac{-7x+14}{2x-3} < 0$$

$$x < \frac{3}{2} \text{ atau } x > 2 \dots (2)$$

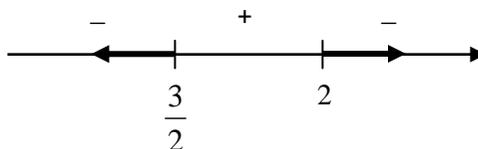
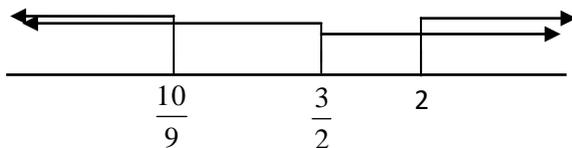


Diagram (1) \cap (2) disajikan sebagai berikut.



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\left\{x \mid x < \frac{10}{9} \text{ atau } x > 2\right\}$.

Solusi 2: [A]

$$\left| \frac{x+2}{2x-3} \right| < 4$$

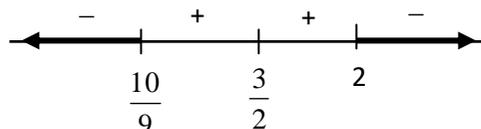
$$\sqrt{\left(\frac{x+2}{2x-3}\right)^2} < 4$$

$$\left(\frac{x+2}{2x-3}\right)^2 < 4^2$$

$$\left(\frac{x+2}{2x-3} - 4\right)\left(\frac{x+2}{2x-3} + 4\right) < 0$$

$$\frac{(-x+2)(9x-10)}{(2x-3)^2} < 0$$

$$x < \frac{10}{9} \text{ atau } x > 2$$



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\left\{x \mid x < \frac{10}{9} \text{ atau } x > 2\right\}$.

68. Himpunan jawab dari $|x^2 - x| + x > 1$ adalah

A. $\{x \mid x < -1 \text{ atau } x > 1\}$

C. $\{x \mid x > 1\}$

E. $\{x \mid -1 < x < 1\}$

B. $\{x \mid x < -1\}$

D. $\{x \mid x > -1\}$

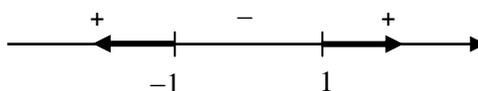
Solusi: [A]

$$|x^2 - x| + x > 1$$

$$|x^2 - x| > 1 - x$$

Jika $x^2 - x > 0$, maka

$$x^2 - x > 1 - x$$



$$x^2 - 1 > 0$$

$$(x+1)(x-1) > 0$$

$$x < -1 \text{ atau } x > 1 \dots (1)$$

Jika $x^2 - x < 0$, maka

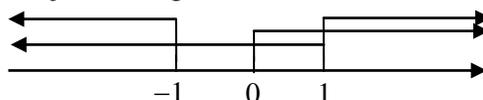
$$x^2 - x < -(1-x)$$

$$x^2 - 2x + 1 < 0$$

$$(x-1)^2 < 0 \dots (2)$$

Tidak ada nilai x yang memenuhinya.

Diagram (1) \cap (2) disajikan sebagai berikut.



Jadi, himpunan jawabnya adalah $\{x | x < -1 \text{ atau } x > 1\}$

69. Banyak bilangan bulat x yang memenuhi pertidaksamaan $|x-2|^2 < 4|x-2| + 12$ adalah
- A. 14 B. 13 C. 12 D. 11 E. 10

Solusi: [D]

$$|x-2|^2 < 4|x-2| + 12$$

Misalnya $|x-2| = a$, sehingga persamaan itu menjadi:

$$a^2 - 4a - 12 < 0$$

$$(a-6)(a+2) < 0$$

$$-2 < a < 6$$

$$-2 < |x-2| < 6$$

$$|x-2| > -2 \text{ dipenuhi oleh setiap } x \text{ real } \dots (1)$$

$$|x-2| < 6$$

$$-6 < x-2 < 6$$

$$-4 < x < 8 \dots (2)$$

Dari (1) \cap (2) kita memperoleh himpunan jawabnya adalah $\{x | -4 < x < 8\}$.

Bilangan bulat yang dimaksud adalah $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Jadi, banyak bilangan tersebut adalah 11.

70. Carilah nilai $M > 0$, sehingga $|x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5| < M$ untuk semua x di mana $-2 < x < 2$.
- A. 27 B. 32 C. 50 D. 57 E. 59

Solusi: [D]

$$-2 < x < 2 \Leftrightarrow |x| < 2$$

$$|x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5| \leq |x|^4 + |-2x^3| + |3x^2| + |-4x| + 5$$

$$= 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 5 = 57$$

Jadi, nilai M adalah 57.