Pengayaan Matematika

Edisi 6

Nomor Soal: 51-60

Selesaikanlah soal-soal berikut ini.

51. Bagaimanakah cara meperoleh rumus $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$?
52. Hitung hasil dari $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + ... + 2005^2 - 2006^2 + 2007^2 - 2008^2 + 2009^2$
53. Tentukanlah bilangan bulat positif terkecil yang diperlihatkan pada barisan aritmetika berikut.
    5, 16, 27, 38, 49, 60, 71, …
    7, 20, 33, 46, 59, 72, 85, …
    8, 22, 36, 50, 64, 78, 92, …
54. Diketahui rumus umum suatu deret: $a_{n+1} = 3a_n + 4$, $n \geq 0$, dan $a_0 = 2$. Tentukanlah a_{2009}.
55. Diberikan $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$ adalah sebuah barisan bilangan real sedemikian, sehingga $a_1 = 1$, $4a_n a_{n+1} = (a_n + a_{n+1} - 1)^2$, $a_n < a_{n+1}$. Tentukanlah a_n.
56. Sebuah barisan $x_1, x_2, x_3, ..., x_n, ...$ didefinisikan oleh $x_1 = 1$ dan $x_{n+1} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)x_n + \frac{1}{n}$ untuk setiap bilangan bulat positif n. Tentukanlah x_{2009}.
57. Hitunglah nilai dari $1^3 - 2^3 + 3^3 - ... - 2008^3 + 2009^3$.
58. Jika $a_0, a_1, ..., a_{50}$ adalah polinomial $\left(1 + x + x^2\right)^{25}$, buktikan bahwa $a_0 + a_1 + ... + a_{50}$ adalah genap.
59. Untuk semua bilangan bulat positif n, diberikan $u_{n+1} = \frac{n(n+1)}{2n - u_n}$ dan $u_1 = a$. Nyatakan u_n dalam a dan n.
60. Diberikan $a_n = \frac{\log(n+1)}{\log n}$ untuk n = 2, 3, 4, …, 1023. Jika $\sum_{n=2}^{1023} \frac{1}{{}^{a_n}\log 100} = \frac{p}{q}$ dengan p dan q adalah bilangan bulat positif dan tidak memiliki faktor persekutuan selain 1. Tentukanlah nilai dari $p + q$.