

# Solusi Pengayaan Matematika

## Edisi 5

### Nomor Soal: 41-50

41. Jika  $x$  adalah bilangan real dan  $(x - 42)^{2005} = x^{2005}$ , maka  $x = \dots$   
A. 21                      B. 42                      C. 84                      D. 72                      E. 142

**Solusi: [A]**

$$(x - 42)^{2005} = x^{2005}$$

$$x - 42 = \pm x$$

$$x - 42 = -x$$

$$x = 21$$

42. Tentukan jumlah akar-akar dari  $3^{k+1} + 9^k = 4$ .  
A. -4                      B. -1                      C. 0                      D. 1                      E. 4

**Solusi: [C]**

$$3^{k+1} + 9^k = 4$$

$$3^{k+1} + 3^{2k} = 4$$

$$3^{2k} + 3 \cdot 3^k - 4 = 0$$

$$(3^k + 4)(3^k - 1) = 0$$

$$3^k = -4 \text{ (ditolak) atau } 3^k = 1 \Leftrightarrow k = 0$$

Jadi, jumlah akar-akarnya adalah 0.

43. Hasil kali akar-akar persamaan  $2^{7x} \cdot 8^{x^2} = 64$  adalah ....  
A. -3                      B. -2                      C. 2                      D. 3                      E. 4

**Solusi: [A]**

$$2^{7x} \cdot 8^{x^2} = 64$$

$$2^{7x} \cdot 2^{3x^2} = 2^6$$

$$2^{3x^2+7x} = 2^6$$

$$3x^2 + 7x = 6$$

$$3x^2 + 7x - 6 = 0$$

$$(3x - 2)(x + 3) = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \vee x = -3$$

Jadi, hasil kali akar-akarnya adalah -3.

44. Jika  $a$  dan  $b$  bilangan real sedemikian sehingga  $3(2^x) + 2^y = 13\sqrt{2}$  dan

$5(2^x) - 2^y = 19\sqrt{2}$ , berapakah nilai dari  $x + y$ ?

- A. -3                      B. -2                      C. 2                      D. 3                      E. 4

**Solusi: [D]**

$$3(2^x) + 2^y = 13\sqrt{2} \dots (1)$$

$$5(2^x) - 2^y = 19\sqrt{2} \dots (2)$$

Jumlah persamaan (1) dan (2) menghasilkan:

$$8(2^x) = 32\sqrt{2}$$

$$2^x = 4\sqrt{2}$$

$$2^x = 2^{\frac{5}{2}}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$2^x = 4\sqrt{2} \rightarrow 3(4\sqrt{2}) + 2^y = 13\sqrt{2}$$

$$2^y = \sqrt{2}$$

$$2^y = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

Jadi, nilai dari  $x + y = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3$

45. Jika akar-akar persamaan  $5^{1+x} + 2 \times 5^{-x} = 7$  adalah  $\alpha$  dan  $\beta$  dengan  $\beta > \alpha$ , maka nilai  $(2005\beta)^\alpha = \dots$

- A. -2005                      B. -1                      C. 0                      D. 1                      E. 2005

**Solusi: [D]**

$$5^{1+x} + 2 \times 5^{-x} = 7$$

$$5^{1+2x} + 2 = 7 \times 5^x$$

$$5 \times 5^{2x} - 7 \times 5^x + 2 = 0$$

Misalnya  $5^x = y$ , maka persamaan itu menjadi:

$$5y^2 - 7y + 2 = 0$$

$$(5y - 2)(y - 1) = 0$$

$$y = \frac{2}{5} \text{ atau } y = 1$$

$$5^x = \frac{2}{5} \text{ atau } 5^x = 1$$

$$x \log 5 = \log \frac{2}{5} \text{ atau } x = 0$$

$$x = {}^5 \log \frac{2}{5} = \beta \text{ atau } x = 0 = \alpha$$

$$\text{Jadi, } (2005\beta)^\alpha = \left(2005 \times {}^5 \log \frac{2}{5} \beta\right)^0 = 1$$

46. Jika akar-akar dari persamaan  $3^{2^{x+1}} - 80 \times 3^{2^x} = 81$  adalah  $\alpha$ , maka angka satuan dari  $\left(\frac{3}{2}\alpha\right)^{2005}$  adalah...

A. 9                      B. 7                      C. 6                      D. 3                      E. 1

**Solusi: [D]**

Misalnya  $3^{2^x} = y$ , maka persamaan itu menjadi:

$$y^2 - 80y + 81 = 0$$

$$(y+1)(y-81) = 0$$

$$y = -1 \text{ (ditolak) atau } y = 81 \text{ (diterima)}$$

$$3^{2^x} = y$$

$$3^{2^x} = 81 = 3^4$$

$$2^x = 4 = 2^2$$

$$x = 2 = \alpha$$

Pola angka satuan  $3^n$  dengan n bilangan asli adalah 3, 9, 7, 1.

Karena  $\left(\frac{3}{2}\alpha\right)^{2005} = \left(\frac{3}{2} \cdot 2\right)^{2005} = 3^{2005} = 3^{4 \cdot 502 + 1}$ , maka angka satuannya 3.

47. Jika  $36^x + 36^{-x} = 167$ , maka nilai dari  $216^x + 216^{-x}$  adalah ....

A. 2180                      B. 2150                      C. 2158                      D. 5128                      E. 8215

**Solusi: [C]**

$$36^x + 36^{-x} = 167$$

$$(6^x + 6^{-x})^2 - 2 = 167$$

$$(6^x + 6^{-x})^2 = 169$$

$$6^x + 6^{-x} = 13$$

$$216^x + 216^{-x} = (6^x + 6^{-x})^3 - 3(6^x \times 6^{-x})(6^x + 6^{-x}) = (13)^3 - 3(1)(13) = 2158.$$

48. Diberikan persamaan  $(10^{12} + 25)^2 - (10^{12} - 25)^2 = 10^n$ . Nilai dari

$$(n^2 - 28n + 196)^{2005} = \dots$$

- A.  $2^{4030}$       B.  $2^{2015}$       C. 14      D. 1      E. 0

**Solusi: [E]**

$$(10^{12} + 25)^2 - (10^{12} - 25)^2 = 10^n$$

$$[(10^{12} + 25) + (10^{12} - 25)][(10^{12} + 25) - (10^{12} - 25)] = 10^n$$

$$(2 \cdot 10^{12})(50) = 10^n$$

$$10^{14} = 10^n$$

$$n = 14$$

$$\text{Jadi, } (n^2 - 28n + 196)^{2005} = (n - 14)^{4010} = (14 - 14)^{4010} = 0^{4010} = 0$$

49. Jika  $2^{4x} = 256^{2x}$ , maka nilai dari  $2^{x^2}$  adalah ....

- A. 64      B. 128      C. 256      D. 512      E. 1024

**Solusi: [D]**

$$2^{4x} = 256^{2x} = (2^8)^{2x} = 2^{8 \cdot 2x} = 2^{2^{x+3}}$$

$$4^x = 2^{x+3}$$

$$(2^2)^x = 2^{x+3}$$

$$2^{2x} = 2^{x+3}$$

$$2x = x + 3$$

$$x = 3$$

$$\text{Jadi, nilai } 2^{x^2} = 2^{3^2} = 2^9 = 512$$

50. Dari sistem persamaan  $4^{\frac{x+y}{y}} = 32$  dan  $4^{81} \log(x+y) + 4^{81} \log(x-y) = 1$

nilai  $x$  yang memenuhi adalah ....

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4      E. 5

**Solusi:**

$$4^{\frac{x+y}{y}} = 32$$

$$2^{\frac{2x+2y}{y}} = 2^5$$

$$\frac{2x}{y} + \frac{2y}{y} = 5$$

$$x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy \dots (1)$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = \frac{1}{2}xy$$

$$(x - y)^2 = \frac{1}{2}xy \dots (2)$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = \frac{1}{2}xy \dots (3)$$

$$4^{81} \log(x + y) + 4^{81} \log(x - y) = 1$$

$$4^{81} \log(x^2 - y^2) = 1$$

$$^{81}\log(x^2 - y^2) = \frac{1}{4}$$

$$x^2 - y^2 = 3 \dots (4)$$

$$(x + y)(x - y) = 3$$

$$(x + y)^2 (x - y)^2 = 9 \dots (5)$$

Persamaan (5) dibagi persamaan (2) diperoleh

$$\frac{(x + y)^2 (x - y)^2}{(x - y)^2} = \frac{9}{\frac{1}{2}xy}$$

$$(x + y)^2 = \frac{18}{xy}$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = \frac{18}{xy} \dots (6)$$

Kurangkan persamaan (3) dari (6) diperoleh

$$4xy = \frac{18}{xy} - \frac{xy}{2}$$

$$\frac{9}{2}(xy)^2 = 18$$

$$(xy)^2 = 4$$

$$xy = \pm 2$$

Bentuk persamaan (2):  $(x - y)^2 = \frac{1}{2}xy$  akan mempunyai nilai positif untuk

$$xy = 2.$$

Substitusikan  $xy = 2$  ke persamaan (1), sehingga didapat

$$xy = 2 \rightarrow x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy$$

$$x^2 + y^2 = 5 \dots (6)$$

Penjumlahan persamaan (4) dan persamaab (6) menghasilkan

$$2x^2 = 8$$

$$x = \pm 2$$

$$x = \pm 2 \rightarrow x^2 + y^2 = 5$$

$$(\pm 2)^2 + y^2 = 5$$

$$y = \pm 1$$

Jadi, solusi yang mungkin dari sistem tersebut adalah  $(2,1)$  and  $(-2, -1)$ . Dari pemeriksamaan di atas yang benar hanya  $(2,1)$ .

Jadi,  $x = 2$ .