Solusi Pengayaan Matematika
Edisi 4

Nomor Soal: 31-40

31. Bentuk $\frac{7x+33}{x^3-27}$ dapat dinyatakan dalam $\frac{a}{x-3}+\frac{bx+c}{x^2+3x+9}$. Nilai dari $\left(\frac{1}{2006}\right)^{a-b+c}$ adalah ....

A. –1 B. 0 C. 1 D. 2006 E. 2006^9

Solusi: [D]

$\frac{7x+33}{x^3-27}=\frac{a}{x-3}+\frac{bx+c}{x^2+3x+9}$

$ax^{\mathbf{2}}+3ax+9a+bx^2-3bx+cx-3c=7x+33$

$ax^2+bx^2=0 \rightarrow a=-b$

$3ax-3bx+cx=7x \rightarrow 3a-3b+c=7 \rightarrow 6a+c=7$

$9a-3c=33$

Sehingga

$9a-3c+(18a+3c)=33+21$

$27a=54$

$a=2$

$b=-a=-2$

$9(2)-3c=33$

$c=-5$

Jadi, $\left(\frac{1}{2006}\right)^{a-b+c}=\left(\frac{1}{2006}\right)^{2+2-5}=\left(\frac{1}{2006}\right)^{-1}=2006$

32. Jika $x=\frac{1+\sqrt{2006}}{2}$, maka nilai dari $4x^3-2009x+1$ adalah ….

A. 2007 B. 2006 C. 2005 D. 2004 E. 2003

Solusi: [B]

$x=\frac{1+\sqrt{2006}}{2}$

$2x=1+\sqrt{2006}$

$2x-1=\sqrt{2006}$

$(2x-1)^2=2006$

$4x^2-4x-2005=0$

$4x^3-2009x+1=(x+1)\left(4x^2-4x-2005\right)+2006=(x+1)(0)+2006=2006$

33. Misalnya $P(x) = ax^7 + bx^3 + cx - 5$, dengan *a*, *b*, *c* adalah konstanta. Diberikan $P(-3) = 3$, tentukan nilai $P(3)$.

A. -13 B. -10 C. -3 D. 5 E. 8

Solusi: [A]

$P(-3) = a(-3)^7 + b(-3)^3 + c(-3) - 5 = 3$

$a(3)^7 + b(3)^3 + c(3) = -8$

$P(3) = a(3)^7 + b(3)^3 + c(3) - 5 = -8 - 5 = -13$

34. Jika $x^3 + kx - 128 = 0$ mempunyai akar kembar, maka nilai *k* adalah ….

A. -64 B. -48 C. 16 D. 48 E. 64

Solusi: [B]

Misalnya akar-akar persamaan $x^3 + kx - 128 = 0$ adalah *r*, *r*, dan *s*, sehingga

$x^3 + kx - 128 = (x - r)^2 (x - s)$

$x^3 + kx - 128 = (x^2 - 2rx + r^2)(x - s)$

$x^3 + kx - 128 = x^3 - sx^2 - 2rx^2 + 2rsx + r^2 x - r^2 s$

$x^3 + kx - 128 = x^3 - (s + 2r)x^2 + (2rs + r^2)x - r^2 s$

Sehingga

$-(s + 2r) = 0 \Leftrightarrow s = -2r$

$-r^2 s = -128$

$r^2(-2r) = 128$

$r^3 = -64$

$r = -4$

$s = -2(-4) = 8$

$\therefore k = 2rs + r^2 = 2(-4)8 + (-4)^2 = -64 + 16 = -48$

35. Jika *r*, *s*, *t* adalah akar-akar dari $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, maka nilai $(rs)^2 + (st)^2 + (rt)^2$ dalam *a*, *b*, dan *c* adalah ….

A. $b^2 - 2ac$ B. $b - 2ac$ C. $b^2 + ac$ D. $b^2 - ac$ E. $2b^2 - 2ac$

Solusi: [A]

$x^3 + ax^2 + bx + c = (x - r)(x - s)(x - t)$

$x^3 + ax^2 + bx + c = x^3 - (r + s + t)x^2 + (rs + st + rt)x - rst$

$\therefore a = -(r + s + t)$, $b = rs + st + rt$, dan $c = -rst$

$(rs)^2 + (st)^2 + (rt)^2 = (rs + st + rt)^2 - 2rst(r + s + t) = b^2 - 2ac$

36. Suku banyak $P(x)$ dibagi $(x-19)$ sisanya adalah 99 dan dibagi $(x-99)$ sisanya 19. Berapakah sisanya jika $P(x)$ dibagi $(x-19)(x-99)$?

A. $x+80$ B. $-x+118$ C. $x-80$ D. $2x+61$ E. $2x-179$

Solusi: [B]

$P(x)=(x-19)(x-99)h(x)+ax+b$

$P(19)=(19-19)(19-99)h(19)+19a+b=99$

$19a+b=99$ …. (1)

$P(99)=(99-19)(99-99)h(99)+99a+b=19$

$99a+b=19$ …. (2)

Persamaan (1) – persamaan (2) menghasilkan

$-80a=80$

$a=-1$

$19(-1)+b=99$

$b=118$

Jadi, sisanya adalah $-x+118$.

37. Diberikan tiga akar dari $f(x)=x^4+ax^2+bx+c$ adalah 2, –3, dan 5, berapakah nilai dari $2a+b+c$?

A. 62 B. 60 C. 52 D. 27 E. 14

Solusi: [C]

$f(2)=16+4a+2b+c=0$

$4a+2b+c=-16$ .... (1)

$f(-3)=81+9a-3b+c=0$

$9a-3b+c=-81$.... (2)

$f(5)=625+25a+5b+c=0$

$25a+5b+c=-625$ .... (3)

Persamaan (2) – persamaan (1):

$5a-5b=-65$

$a-b=-13$ .... (4)

Persamaan (3) – persamaan (2):

$16a+8b=-544$

$2a+b=-68$ .... (5)

Persamaan (4) + persamaan (5) menghasilkan

$3a=-81$

$a=-27$

$-27-b=-13$

$b=-14$

$4(-27)+2(-14)+c=-16$

$c=-16+108+28=120$

$2a+b+c=2(-27)-14+120=52$

38. Salah satu nilai n yang memenuhi, apabila $\left(x^4-n^2x+3-n\right):(x-3)$ memiliki sisa 4 adalah ….

A. –5 B. $-\frac{16}{3}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{5}{3}$ E. 10

Solusi: [B]

Sisa pembagian adalah 4, sehingga

$(3)^4-n^2(3)+3-n=4$

$3n^2+n-80=0$

$(3n+16)(n-5)=0$

$n=-\frac{16}{3}$ atau $n=5$

39. Diberikan persamaan identitas $a(x-3)(x-1)+b(x+1)(x-1)+c(x+1)(x-3)=6x-10$. Nilai dari nilai $a+b+c=....$

A. –2 B. –1 C. 0 D. 1 E. 2

Solusi: [C]

$a(x-3)(x-1)+b(x+1)(x-1)+c(x+1)(x-3)=6x-10$

$(a+b+c)x^2+(-4a-2c)x+3a-b-3c=6x-10$

Dari persamaan identitas yang terakhir kita memperoleh:

$a+b+c=0$ …. (1)

$-4a-2c=6$ …. (2)

$3a-b-3c=10$ …. (3)

Dari ketiga persamaan itu, kita memperoleh $a=-2$, $b=1$, dan $c=1$.

Jadi, nilai dari $a+b+c=-2+1+1=0$.

40. Diberikan $f(x) = 21x^4 + 32x^3 – 26x^2 – 32x + 5$, tentukan tujuh kali jumlah hasil kali akar-akar dan jumlah akar-akar.

A. −21 B. −9 C. −7 D. 7 E. 32

Solusi: [B]

Gunakan rumus Vieta:

Jika $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$, dengan akar-akarnya $x_1, x_2, x_3, \text{dan}\, x_4$, maka

$x_1+x_2+x_3+x_4=-\frac{b}{a}$

$x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4=\frac{c}{a}$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = -\frac{d}{a}$$

$$x_1x_2x_3x_4 = \frac{e}{a}$$

$f(x) = 42x^4 + 64x^3 - 52x^2 - 64x + 10$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{b}{a} = -\frac{64}{42} = -\frac{32}{21}$$

$$x_1x_2x_3x_4 = \frac{e}{a} = \frac{10}{21}$$

Jadi, tujuh kali jumlah hasil kali akar-akar dan jumlah akar-akar adalah

$$7\left(-\frac{32}{21} + \frac{5}{21}\right) = 7\left(-\frac{27}{21}\right) = -9 \ .$$