Solusi Pengayaan Matematika
Edisi 4

Nomor Soal: 31-40

31. Diberikan $g(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$. Tentukan sisa pembagian $g(x^{12})$ oleh $g(x)$.

    A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 6

    Solusi: [E]

    $g(x^{12}) = (x^{12})^5 + (x^{12})^4 + (x^{12})^3 + (x^{12})^2 + x^{12} + 1 = x^{60} + x^{48} + x^{36} + x^{24} + x^{12} + 1$

    $g(x^{12})$ dibagi oleh $g(x)$, berarti $g(x) = 0$, maka

    $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0 \to x = -1$

    Jadi, sisa pembagian $g(x^{12})$ oleh $g(x)$ adalah

    $g(-1) = (-1)^{60} + (-1)^{48} + (-1)^{36} + (-1)^{24} + (-1)^{12} + 1 = 6$

32. Salah satu akar real bulat dari persamaan $x^4 - 12x^2 - 112x - 192 = 0$ adalah *p*. Nnilai dari $10p - p^2$ adalah ….

    A. 72 B. 48 C. 34 D. 24 E. 18

    Solusi: [D]

    Perhatikan pembagian menggunakan Strategi Horner berikut ini.

6	1	0	−12	−112	−192
	↓	6	36	144	192
	1	6	24	32	0

Sehingga $p = 6$

$\therefore 10p - p^2 = 10(6) - (6)^2 = 60 - 36 = 24$

33. Diberikan persamaan $2x^3 - 3x^2 + 4x + 1 = 0$, dengan akar-akarnya adalah x_1, x_2, dan x_3. Nilai dari $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = ...$

    A. 4 B. $4\frac{1}{4}$ C. 6 D. $6\frac{1}{4}$ E. 14

    Solusi: [D]

    $2x^3 - 3x^2 + 4x + 1 = 0$

    $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2}$

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = \frac{4}{2} = 2$$

$$(x_1 + x_2 + x_3)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2(2)$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 + \frac{9}{4} = 6\frac{1}{4}$$

34. Nilai n dengan $n > 0$ yang memenuhi, apabila $(x^4 - n^2x + 3 - n) : (x - 3)$ memiliki sisa 4 adalah ….

A. 16 B. $\frac{16}{3}$ C. 5 D. 3 E. $\frac{5}{3}$

Solusi: [C]

Sisa pembagian adalah 4, sehingga

$$(3)^4 - n^2(3) + 3 - n = 4$$

$$3n^2 + n - 80 = 0$$

$$(3n + 16)(n - 5) = 0$$

$$n = -\frac{16}{3} \text{ atau } n = 5$$

35. Jika a, b, dan c adalah akar-akar dari $p(x) = x^3 + x^2 - 333x - 1001$, maka nilai $a^3 + b^3 + c^3 = ...$

A. 3013 B. 3003 C. 2003 D. 1001 E. 999

Solusi: [C]

$$x^3 + x^2 - 333x - 1001 = (x - a)(x - b)(x - c)$$

$$= x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc$$

Sehingga $a + b + c = -1$, $ab + bc + ca = -333$, dan $abc = 1001$

Jadi, $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)^3 - 3(a + b + c)(ab + bc + ca) + 3abc$

$$= (-1)^3 - 3(-1)(-333) + 3 \times 1001$$

$$= -1 - 999 + 3003$$

$$= 2003$$

36. Nilai n yang memenuhi, jika $2x^3 - nx^2 + 6x - 3n$ habis dibagi $x + 2$ adalah ….

A. -4 B. -3 C. -2 D. 2 E. 4

Solusi: [A]

Sisa pembagian adalah 0, sehingga

$$2(-2)^3 - n(-2)^2 + 6(-2) - 3n = 0$$

$$-16 - 4n - 12 - 3n = 0$$

$-7n = 28$

$n = -4$

37. Dari persamaan identitas

$a(x-3)(x-1)+b(x+1)(x-1)+c(x+1)(x-3)=6x-10$, nilai $a+2b+c=....$

A. -2 B. -1 C. 0 D. 1 E. 2

Solusi: [D]

$a(x-3)(x-1)+b(x+1)(x-1)+c(x+1)(x-3)=6x-10$

$(a+b+c)x^2+(-4a-2c)x+3a-b-3c=6x-10$

Dari persamaan identitas yang terakhir kita memperoleh:

$a+b+c=0$ …. (1)

$-4a-2c=6$ …. (2)

$3a-b-3c=10$ …. (3)

Dari ketiga persamaan itu, kita memperoleh $a=-2$, $b=1$, dan $c=1$.

Jadi, nilai $a+2b+c=-2+2\cdot 1+1=1$.

38. Jika $x^2+x-1=0$, maka nilai ekspresi dari x^3+2x^2+2005 adalah ….

A. 2003 B. 2004 C. 2005 D. 2006 E. 2007

Solusi: [D]

$x^2+x-1=0$

$x^2+x=1$

$x^3+2x^2+2005=x\left(x^2+x\right)+x^2+2005=x\left(1\right)+x^2+2005=x+x^2+2005$

$=1+2005=2006$

39. Jika $x=\dfrac{1+\sqrt{2005}}{2}$, maka nilai dari $4x^3-2008x+1$ adalah ….

A. 2008 B. 2007 C. 2006 D. 2005 E. 2004

Solusi: [D]

$x=\dfrac{1+\sqrt{2005}}{2}$

$2x=1+\sqrt{2005}$

$2x-1=\sqrt{2005}$

$(2x-1)^2=2005$

$4x^2-4x-2004=0$

$4x^3-2008x+1=(x+1)\left(4x^2-4x-2004\right)+2005=(x+1)\left(0\right)+2005=2005$

40. Jika diketahui persamaan $x^4-px^3+q=0$ mempunyai sebuah akar-akar utuh (bilangan bulat), dengan p dan q bilangan prima, maka nilai $7p-5q=....$

A. 21 B. 11 C. 10 D. 3 E. 2

Solusi: [B]

Misalnya r adalah sebuah akar bilangan bulat, sehingga

$r^4 - pr^3 + q = 0$

$q = pr^3 - r^4$

$q = r^3(p - r)$

Karena q bilangan prima, maka r = 1 dan $q = p - 1$, sehingga $p = 3$ dan $q = 2$.

Jadi, $7p - 5q = 7 \cdot 3 - 5 \cdot 2 = 11$.