

Pengayaan Matematika

Edisi 3

Nomor Soal: 21-30

Selesaikanlah soal-soal berikut ini.

21. Diberikan

$$A = \text{jumlah akar-akar persamaan: } x^5 - 8x^3 - 6x^2 + 7x + 2007 = 0$$

$$B = \text{hasil kali akar-akar dari } 2x^3 - x^2 - 22x - 4014 = 0$$

$$C = \text{nilai } p \text{ sehingga } x - 1 \text{ adalah faktor dari } x^3 - px^2 - 6x + 6p.$$

$$D = \text{nilai } k \text{ sehingga jumlah akar-akarnya } 2x^2 - kx + 2007 = 0 \text{ adalah } 2007.$$

Jika $N = A - B + 2007C + D$, maka jumlah angka-angka bilangan N adalah

22. Diberikan polinom $F(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ dan untuk empat bilangan bulat yang berbeda a, b, c, d polinom F mempunyai $F(a) = F(b) = F(c) = F(d) = 5$. Tunjukkan bahwa tidak terdapat bilangan bulat k sehingga $F(k) = 8$.

23. Carilah polinom $F(x)$ dan $G(x)$ sehingga $(x^8 - 1)F(x) + (x^5 - 1)G(x) = x - 1$.

24. Buktikan bahwa $1 + x + x^2 + \dots + x^{1023} = (1+x)(1+x^2)(1+x^4)\dots(1+x^{256})(1+x^{512})$

25. Tentukanlah bilangan real x sedemikian sehingga $x^3 + 3x^2 + 3x + 7 = 0$.

26. Jika x_1, x_2, x_3 , dan x_4 adalah akar-akar persamaan $4x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x - 6 = 0$. Berapakah nilai

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}?$$

27. Hasil kali dua akar (dari empat akar) persamaan $x^4 - 18x^3 + kx^2 - 200x - 1984 = 0$ adalah -32 . Tentukan nilai k .

28. Tentukanlah semua nilai p yang memenuhi persamaan pangkat empat $x^4 - (3p + 2)x^2 + p^2 = 0$ yang mempunyai empat akar real merupakan barisan aritmetika.

29. Jika a, b , dan c adalah penyelesaian dari persamaan $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ dan $a, b, c \neq 0$, tentukanlah nilai dari $a^3 + b^3 + c^3$.

30. Persamaan $4x^3 + 7x^2 - 5x - 1 = 0$ memiliki akar-akar α, β , dan γ . Susunlah persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(\alpha + 1), (\beta + 1)$, dan $(\gamma + 1)$.