

Solusi Pengayaan Matematika

Edisi 2

Nomor Soal: 11-20

11. Penyelesaian dari $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}\dots}}$ adalah

- A. 0 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. 3 E. 9

Solusi: [D]

Misalnya $x = \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}\dots}}$, sehingga

$$x = \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}\dots}}$$

$$x = \sqrt{3x}$$

$$x^2 = 3x$$

$$x(x-3) = 0$$

$x = 0$ (ditolak) atau $x = 3$ (diterima)

12. Penyelesaian dari $\sqrt[3]{625 : \sqrt[3]{625 : \sqrt[3]{625 : \dots}}} = \dots$

- A. 25 B. 10 C. 6 D. 5 E. 4

Solusi: [D]

Misalnya $x = \sqrt[3]{625 : \sqrt[3]{625 : \sqrt[3]{625 : \dots}}}$, sehingga

$$x = \sqrt[3]{625 : \sqrt[3]{625 : \sqrt[3]{625 : \dots}}}$$

$$x = \sqrt[3]{625 : x}$$

$$x^3 = 625 : x$$

$$x^4 = 625$$

$$x^4 - 625 = 0$$

$$(x^2 + 25)(x^2 - 25) = 0$$

$$(x^2 + 25)(x + 5)(x - 5) = 0$$

$x^2 + 25 = 0$ (ditolak, akar-akarnya tidak real) atau $x = -5$ (ditolak) atau $x = 5$ (diterima)

13. Penyelesaian dari $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}} = \dots$

- A. 6 B. 4 C. 3 D. 2 E. -1

Solusi: [D]

Misalnya $x = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$, sehingga

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$$

$$x = \sqrt{2 + x}$$

$$x^2 = 2 + x$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$x = 2 \text{ (diterima) atau } x = -1 \text{ (ditolak)}$$

14. Penyelesaian dari $\sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \dots}}} = \dots$

A. 6

B. 3

C. 2

D. 0

E. -3

Solusi: [C]

Misalnya $x = \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \dots}}}$, sehingga

$$x = \sqrt{6 - \underbrace{\sqrt{6 - \sqrt{6 - \dots}}}_x}$$

$$x = \sqrt{6 - x}$$

$$x^2 = 6 - x$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x-2)(x+3) = 0$$

$$x = 2 \text{ (diterima) atau } x = -3 \text{ (ditolak)}$$

15. Jika $q = \sqrt[3]{25^3 \sqrt{25^3 \sqrt{25^3 \sqrt{\dots}}}}$, nilai dari $q^2 - 1$ adalah

A. 6

B. 8

C. 12

D. 18

E. 24

Solusi: [E]

$$q = \sqrt[3]{25^3 \sqrt{25^3 \sqrt{25^3 \sqrt{\dots}}}}$$

$$q = \sqrt[3]{25^3 \underbrace{\sqrt{25^3 \sqrt{25^3 \sqrt{\dots}}}}_q}$$

$$q = \sqrt[3]{25q}$$

$$q^3 = 25q$$

$$q^3 - 25q = 0$$

$$q(q+5)(q-5) = 0$$

$$q = 0 \text{ (ditolak) atau } q = -5 \text{ (ditolak) atau } q = 5 \text{ (diterima)}$$

Jadi, nilai $q^2 - 1 = 5^2 - 1 = 24$.

16. Jika $b = \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{\dots}}}}$, nilai dari $b^2 + b + 30 = \dots$

A. 12

B. 18

C. 24

D. 32

E. 72

Solusi: [E]

$$b = \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{\dots}}}}$$

$$b = \sqrt{30 + \underbrace{\sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{\dots}}}}_b}$$

$$b = \sqrt{30 + b}$$

$$b^2 - b - 30 = 0$$

$$(b-6)(b+5) = 0$$

$b = 6$ (diterima) atau $b = -5$ (ditolak)

Jadi, nilai $b^2 + b + 30 = 6^2 + 6 + 30 = 72$.

17. Penyelesaian dari persamaan $x = 2\sqrt{4 + 2\sqrt{4 + 2\sqrt{4 + 2\sqrt{4 + \dots}}}}$ adalah $x = a + b\sqrt{c}$. Nilai

$$(a - c)^b = \dots$$

- A. 625 B. 49 C. 25 D. 16 E. 9

Solusi: [E]

$$x = 2\sqrt{4 + 2\sqrt{4 + 2\sqrt{4 + 2\sqrt{4 + \dots}}}}$$

$$x = 2\sqrt{4 + x}$$

$$x^2 = 4(4 + x)$$

$$x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 64}}{2} = \frac{4 \pm 4\sqrt{5}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{5}$$

Karena $x > 0$, maka $x = 2 + 2\sqrt{5}$, sehingga $a = b = 2$ dan $c = 5$.

Jadi, nilai $(a - c)^b = (2 - 5)^2 = 9$

18. Dua kali hasil kali akar-akar persamaan $\sqrt{2x^2 + 5x - 3} + \sqrt{2x^2 + 5x + 2} = \sqrt{32 - 2x^2 - 5x}$ adalah

- A. 14 B. 4 C. -2 D. -3 E. -7

Solusi: [E]

Misalnya $2x^2 + 5x = a$, maka persamaan menjadi:

$$\sqrt{a - 3} + \sqrt{a + 2} = \sqrt{32 - a}, \text{ dengan syarat } 3 \leq a \leq 32$$

$$a - 3 + 2\sqrt{(a - 3)(a + 2)} + a + 2 = 32 - a$$

$$2\sqrt{(a - 3)(a + 2)} = 33 - 3a$$

$$4a^2 - 4a - 24 = 1089 - 198a + 9a^2$$

$$5a^2 - 194a + 1113 = 0$$

$$(a - 7)(5a - 159) = 0$$

$$a = 7 \text{ (diterima) atau } a = \frac{159}{5} \text{ (ditolak, karena } 3 \leq a \leq 32)$$

$$2x^2 + 5x = 7$$

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$2x_1 x_2 = 2\left(\frac{c}{a}\right) = 2\left(-\frac{7}{2}\right) = -7$$

19. Jumlah akar-akar dari persamaan $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} = 2$ adalah

- A. 8 B. 7 C. 1 D. -7 E. -8

Solusi: [D]

$$\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} = 2$$

$$x^2 + 3\sqrt[3]{x^4} \sqrt[3]{x} + 3\sqrt[3]{x^2} \sqrt[3]{x^2} + x = 8$$

$$x^2 + 3\sqrt[3]{x^3}(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}) + x = 2$$

$$x^2 + 3x(2) + x = 8$$

$$x^2 + 7x - 8 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{7}{1} = -7$$

20. Bilangan real x yang memenuhi persamaan $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}}} = x$ adalah

A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{1}{2}\sqrt{5}$ C. $1 + \sqrt{5} - 3$ D. $\frac{1}{2}(1 - \sqrt{5}) - 2$ E. $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$

Solusi: [E]

$$x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}}} \geq 0$$

Jika $x > \sqrt{1 + x}$, maka $x > \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}} > \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}}} = x$, suatu kontradiksi. Sejalan dengan

ini, jika $x < \sqrt{1 + x}$, maka $x < \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}} < \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}}} = x$, ini juga suatu kontradiksi.

Sehingga,

$$x = \sqrt{1 + x}$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$$