

Solusi Pengayaan Matematika

Edisi 1

Nomor Soal: 1-10

1. Jumlah angka-angka hasil dari operasi $2007 \times 20082008 - 2008 \times 20072007$ adalah
A. 10001 B. 2009 C. 2008 D. 1 E. 0

Solusi: [E]

$$\begin{aligned} & 2007 \times 20082008 - 2008 \times 20072007 \\ &= 2007 \times 20082008 - (2007 + 1) \times 20072007 \\ &= 2007 \times 20082008 - 2007 \times 20072007 - 20072007 \\ &= 2007(20082008 - 20072007) - 20072007 \\ &= 2007(10001) - 20072007 \\ &= 20072007 - 20072007 = 0 \end{aligned}$$

2. Nilai dari $-1 - (-1)^1 - (-1)^2 - (-1)^3 - \dots - (-1)^{99} - (-1)^{100} = \dots$
A. -101 B. -100 C. -1 D. 0 E. 1

Solusi: [C]

$$\begin{aligned} & -1 - (-1)^1 - (-1)^2 - (-1)^3 - \dots - (-1)^{99} - (-1)^{100} \\ &= -1 - \left[(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{99} + (-1)^{100} \right] \\ &= -1 - (-1 + 1 - 1 + \dots + 1) = -1 - 0 = -1 \end{aligned}$$

3. Jumlah dua bilangan adalah 21 dan hasil kalinya -7 . Jumlah kuadratnya adalah....
A. 49 B. 147 C. 441 D. 445 E. 455

Solusi: [E]

Misalnya bilangan-bilangan tersebut adalah a dan b , sehingga $a + b = 21$ dan $ab = -7$.

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 21^2 - 2(-7) = 455$$

4. Jumlah dua bilangan adalah 52 dan hasil kalinya -13 . Jumlah kebalikannya adalah....
A. 65 B. 39 C. -26 D. -13 E. -4

Solusi: [E]

Ambillah bilangan-bilangan tersebut adalah a dan b , sehingga $a + b = 52$ dan $ab = -13$.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{52}{-13} = -4$$

5. Jumlah dua bilangan adalah 18 dan hasil kalinya -6 . Jumlah pangkat empatnya adalah....
 A. -108 B. -72 C. 108 D. 600 E. 672

Solusi: [D]

Misalnya bilangan-bilangan tersebut adalah a dan b , sehingga $a + b = 18$ dan $ab = -6$.

$$\begin{aligned} a^4 + b^4 &= (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = [(a+b)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2 \\ &= [(18)^2 - 2(-6)]^2 - 2(-6)^2 \\ &= (324 - 12)^2 - 72 = 600 \end{aligned}$$

6. Jika $M = 11 + 192 + 1993 + 19994 + 199995 + 1999996 + 19999997 + 199999998 + 199999999$, maka jumlah angka-angka (digit) dari M adalah
 A. 27 B. 26 C. 24 D. 20 E. 17

Solusi: [A]

$$M = 11 + 192 + 1993 + 19994 + 199995 + 1999996 + 19999997 + 199999998 + 199999999$$

$$\begin{aligned} M &= 20 + 200 + 2000 + \dots + 2000000000 - (8 + 7 + \dots + 1) \\ &= 222222220 - \frac{8 \times 9}{2} = 2222222184 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah angka-angka M adalah $= 2 \times 7 + 1 + 8 + 4 = 27$

7. Nilai dari $123456789^2 - 123456790 \times 123456788$ adalah
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

Solusi: [B]

Misalnya $x = 123456789$, sehingga

$$123456789^2 - 123456790 \times 123456788 = x^2 - (x+1)(x-1) = x^2 - x^2 + 1 = 1$$

8. Jumlah angka-angka bilangan hasil dari

$$\sqrt{(1000000)(1000001)(1000002)(1000003)+1} \text{ adalah}$$

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. 9

Solusi: [A]

Misalnya $x = 1000000$, sehingga

$$\begin{aligned} \sqrt{(1000000)(1000001)(1000002)(1000003)+1} &= \sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} \\ &= \sqrt{(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1} = \sqrt{(x^2+3x)^2+2(x^2+3x)+1} = \sqrt{(x^2+3x+1)^2} \\ &= x^2+3x+1 = 1000000^2+3 \cdot 1000000+1 = 1.000.003.000.001 \end{aligned}$$

∴ jumlah angka-angkanya = 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 3 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 = 5.

9. Jika a dan b memenuhi $\frac{2}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, maka nilai $\frac{a^2}{b^2}$ adalah

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2 E. 3

Solusi: [B]

$$\frac{2}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$2 = \frac{a+b}{a} + \frac{a+b}{b}$$

$$2 = 1 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 1$$

$$\frac{b}{a} = -\frac{a}{b}$$

$$\frac{a^2}{b^2} = -1$$

10. Jumlah pembagi prima dari $2^{16} - 1$ adalah

- A. 282 B. 260 C. 262 D. 300 E. 25

Solusi: [A]

$$2^{16} - 1 = (2^8 + 1)(2^8 - 1) = (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1) = (257)(17)(5)(3)$$

Jadi, jumlah pembagi primanya adalah $257 + 17 + 5 + 3 = 282$