

Solusi Pengayaan Matematika

Edisi 15

Nomor Soal: 141-150

141. Pada segitiga ABC siku-siku di B dibuat garis berat AD dan CF . Panjang $AD = 12$ dan $CF = 9$. Panjang sisi miringnya adalah

- A. $6\sqrt{5}$ B. $6\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{2}$ D. $5\sqrt{5}$ E. 6

Solusi: [A]

Menurut Teorema Pythagoras:

Perhatikan $\triangle ABD$:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2$$

$$12^2 = c^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$144 = c^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$a^2 + 4c^2 = 576 \dots (1)$$

Perhatikan $\triangle CFB$:

$$CF^2 = FB^2 + BC^2$$

$$9^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + a^2$$

$$81 = \frac{c^2}{4} + a^2$$

$$4a^2 + c^2 = 324 \dots (2)$$

Jumlah persamaan (1) dan (2) menghasilkan:

$$5a^2 + 5c^2 = 900$$

$$a^2 + c^2 = 180$$

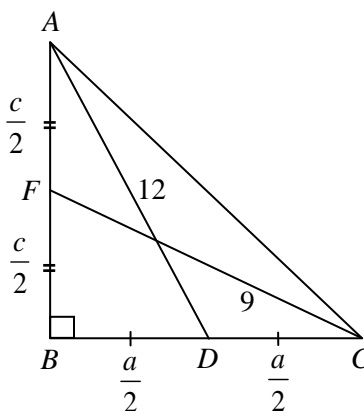
$$b^2 = 180$$

$$b = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

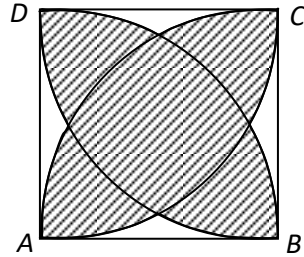
Jadi, panjang sisi miringnya adalah $6\sqrt{5}$.

142. Gunakan titik sudut persegi sebagai pusat untuk menggambar lingkaran dari jari-jari yang sama dengan panjang sisi persegi itu. Carilah dalam gambar luas daerah yang diarsir "bunga" (misalnya panjang sisi persegi 1 satuan).

A. $\left(\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} - 3\right)$ satuan²



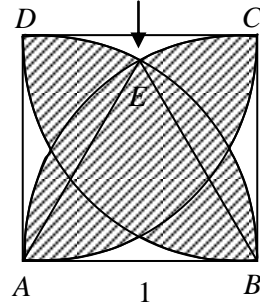
- B. $\left(\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}\right)$ satuan²
- C. $\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} + 3\right)$ satuan²
- D. $(2\pi + \sqrt{3} - 3)$ satuan²
- E. $(2\pi + \sqrt{3} + 3)$ satuan²



Solusi: [A]

Lambang “[ABC]” menyatakan “luas ΔABC” .

$$\begin{aligned}
 &\text{Luas daerah yang tidak diarsir} \\
 &= [ABCD] - [ABE] - 2[\text{juring } EBC] \\
 &= 1^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \sqrt{3} - 2 \times \frac{1}{12} \times \pi \times 1^2 \\
 &= \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}\right) \text{ satuan}^2
 \end{aligned}$$



$$\therefore \text{keseluruhan luas bunga} = [ABCD] - 4 \times \text{luas daerah yang tidak diarsir}$$

$$= 1^2 - 4 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} - 3\right) \text{ satuan}^2$$

143. Luas segitiga siku-siku 1500 cm² dan panjang hipotenusanya 85 cm. Kelilingnya adalah
- A. 225 cm B. 200 cm C. 180 cm D. 140 cm E. 120 cm

Solusi: [B]

$$\text{Luas segitiga adalah } L = \frac{1}{2}xy = 1500$$

$$xy = 3000$$

Menurut Teorema Pythagoras:

$$x^2 + y^2 = 85^2 = 7225$$

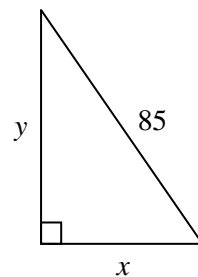
$$(x + y)^2 - 2xy = 7225$$

$$(x + y)^2 - 2(3000) = 7225$$

$$(x + y)^2 = 13225$$

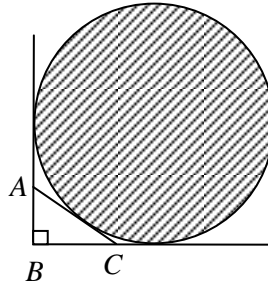
$$x + y = 115$$

Jadi, kelilingnya adalah $115 + 85 = 200$ cm.



144. Pada gambar yang diberikan, lingkaran diperlihatkan menyinggung BA dan BC dan sisi AC. Jika AB = 10 cm, BC = 24 cm, dan AC = 26 cm, temukan luas daerah yang diarsir dari lingkaran itu.

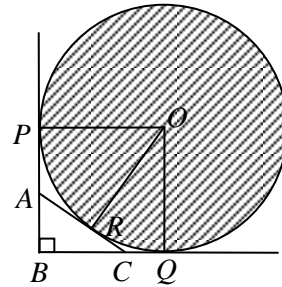
- A. 2.826 cm^2
- B. 2.862 cm^2
- C. 2.682 cm^2
- D. 2.688 cm^2
- E. 2.628 cm^2



Solusi: [A]

$d = \text{diameter lingkaran} = PB + QB$

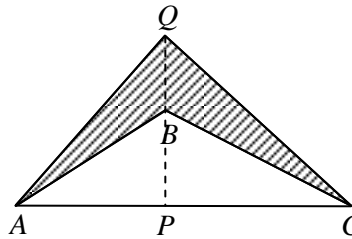
$$\begin{aligned}
 &= (PA + AB) + (QC + BC) \\
 &= PA + CR + AB + BC \\
 &= AR + CR + AB + BC \\
 &= AC + AB + BC \\
 &= 26 + 10 + 24 \\
 &= 60
 \end{aligned}$$



Luas daerah yang diarsir dari lingkaran itu $= \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{3,14}{4} \times 60^2 = 2.826 \text{ cm}^2$.

145. Segitiga ABC mempunyai alas 18 cm , tinggi PB adalah 6 cm dari Q . Tentukanlah luas daerah yang diarsir $AQCB$.

- A. 72 cm^2
- B. 64 cm^2
- C. 60 cm^2
- D. 54 cm^2
- E. 52 cm^2

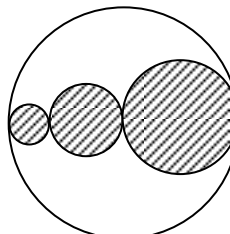


Solusi: [D]

$$\begin{aligned}
 [\text{Daerah yang diarsir } AQCB] &= [AQC] + [ABC] = \frac{AC \times (BQ + PB)}{2} - \frac{AC \times PB}{2} \\
 &= \frac{18 \times (6 + PB)}{2} - \frac{18 \times PB}{2} = 54 + 9PB - 9PB \\
 &= 54 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

146. Diameter dari tiga lingkaran yang di dalam berbanding sebagai $2 : 3 : 4$. Keempat lingkaran itu bersinggungan pada empat titik yang segaris A, B, C , dan D . Jika luas lingkaran terkecil adalah 6 cm^2 , tentukanlah luas daerah yang tidak diarsir.

- A. 112 cm^2
- B. 206 cm^2
- C. 312 cm^2
- D. 412 cm^2
- E. 486 cm^2



Solusi: [C]

Rasio dari keempat diameter = $2 : 3 : 4 : (2 + 3 + 4) = 2 : 3 : 4 : 9$

Rasio dari keempat luas lingkaran = $2^2 : 3^2 : 4^2 : 9^2$

$$= (4 \times 6) : (9 \times 6) : (16 \times 6) : (81 \times 6)$$

$$= 24 : 54 : 96 : 486$$

Jadi, luas daerah yang tidak diarsir = $486 - 24 - 54 - 96 = 312 \text{ cm}^2$

147. Sebuah segi-6 beraturan dan sebuah segitiga sama sisi mempunyai keliling yang sama. Berapakah rasio dari luas-luasnya?

A. 1 : 2

B. 2 : 1

C. 2 : 3

D. 3 : 2

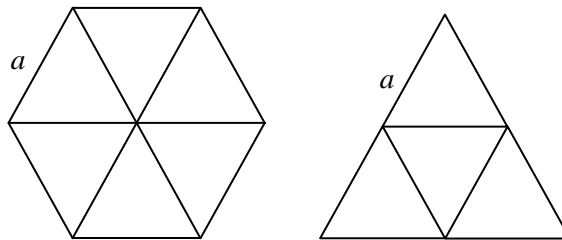
E. 3 : 4

Solusi: [D]

Misalnya panjang sisi segi-6 beraturan a satuan dan panjang sisi segitiga sama sisi kecil a satuan. Segi-6 beraturan terdiri dari 6 segitiga sama sisi yang kongruen dan segitiga sama sisi besar terdiri dari 4 segitiga sama sisi yang kongruen.

Misalnya luas segitiga sama sisi kecil adalah A satuan, maka luas segi-6 beraturan = $6A$ dan luas segitiga sama sisi besar = $4A$.

Jadi, rasio dari luas-luasnya = $6A : 4A = 3 : 2$.



148. Tentukan rasio luas bagian luar dengan luas bagian dalam yang diarsir dari bintang segi enam titik.

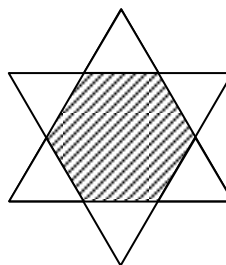
A. 1 : 1

B. 1 : 2

C. 1 : 6

D. 2 : 3

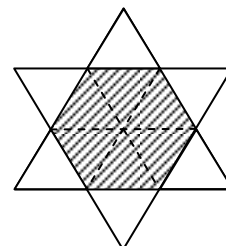
E. 4 : 5



Solusi: [A]

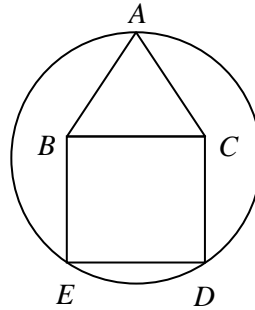
Daerah pada bagian luar terdiri dari 6 segitiga sama sisi yang kongruen dan dari masing-masing segitiga ini kongruen pula dengan segitiga-segitiga sama sisi yang terletak pada bagian dalam.

Jadi, luas bagian luar : luas bagian dalam = $6 : 6 = 1 : 1$.



149. Dalam gambar, ABC adalah segitiga sama sisi, $BCDE$ adalah persegi bersisian 4 cm. Jika lingkaran O (r), melalui A , D , dan E , calilah r dan luas bangun $ABEDC$.

- A. $(16 + 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$
 B. $(16 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$
 C. $(6 + 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$
 D. $(6 - 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$
 E. $(4 + 16\sqrt{3}) \text{ cm}^2$



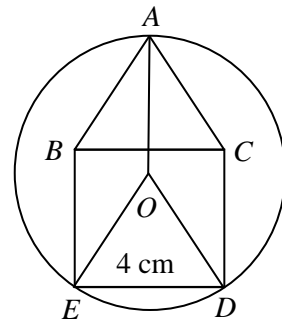
Solusi: [A]

Buatlah $\triangle EOD$ sama sisi, sehingga segi-4 $ABEO$ dan segi-4 $ACDO$ masing-masing adalah jajargenjang, dengan panjang sisi 4 cm, dengan $OA = OD = OE = r = 4 \text{ cm}$.

$$[ABEDC] = [BCDE] + [ABC]$$

$$= 4 \times 4 + \frac{1}{2}(4) \times \frac{1}{2}(4)\sqrt{3}$$

$$= (16 + 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$



150. Diberikan dua buah lingkaran yang sepusat masing-masing dengan jari-jari R dan r , dengan $R > r$. Garis $PQ = 8 \text{ cm}$ adalah tali busur lingkaran besar yang menyinggung lingkaran kecil. Tentukan luas daerah antara kedua lingkaran tersebut.

- A. $8\pi \text{ cm}^2$ B. $16\pi \text{ cm}^2$ C. $18\pi \text{ cm}^2$ D. $20\pi \text{ cm}^2$ E. $24\pi \text{ cm}^2$

Solusi: [B]

Tarik OU tegak lurus pada PQ di titik T .

Luas daerah antara kedua lingkaran

$$= \pi R^2 - \pi r^2$$

$$= \pi(R^2 - r^2)$$

$$= \pi(OP^2 - OT^2)$$

$$= \pi(PT^2)$$

$$= \pi\left(\frac{1}{2}PQ\right)^2 = \frac{\pi}{4}PQ^2$$

$$= \frac{\pi}{4}(8)^2 = 16\pi \text{ cm}^2$$

