

Solusi Pengayaan Matematika

Edisi 14

Nomor Soal: 131-140

131. Manakah yang paling besar di antara bilangan-bilangan $a = 5^{51}$, $b = 2^{121} - 2^{120} - 2^{119}$, $c = 2^{5^2}$, $d = (25^2)^{10}$, dan $e = 4^{20} \times 32$?

- A. e B. d C. c D. b E. a

Solusi: [E]

$$a = 5^{51}$$

$$b = 2^{121} - 2^{120} - 2^{119} = 2^{119}(2^2 - 2 - 1) = 2^{119} = (2^3)^{39\frac{2}{3}} = 8^{39\frac{2}{3}}$$

$$c = 2^{5^2} = 2^{25}$$

$$d = (25^2)^{10} = (5^4)^{10} = 5^{40}$$

$$e = 4^{20} \times 32 = 2^{40} \times 2^5 = 2^{45}$$

Jadi, bilangan yang terbesar adalah a .

132. Berapa angka satuan dari 3^{8024} ?

- A. 1 B. 3 C. 6 D. 7 E. 9

Solusi: [A]

$3^1 = 3$, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$, $3^5 = 243$, ... Demikian angka satuan terulang setiap pangkat 4. Selanjutnya, $200 = 4 \times 50$, maka kita memperoleh $3^{8024} = (3^4)^{2006} = (*1)^{2006} = *1$, dengan * menunjukkan bilangan tanpa angka satuan.

Jadi, angka satuan dari 3^{8024} adalah 1.

133. Letakkan masing-masing bilangan 1, 2, 5, 7, dan 8 ke dalam kotak-kotak berikut ini sedemikian sehingga hasil kalinya adalah terbesar. Jumlah kedua bilangan tersebut adalah

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array}$$

- A. 923 B. 896 C. 833 D. 608 E. 599

Solusi: [C]

Diberikan dua bilangan abc dan xy . Angka terkecil harus c . Dua angka terbesar harus a dan x . Angka terbesar ke tiga harus b atau y dan dalam kasus ini bilangan terbesarnya adalah b .

Agar hasil kalinya terbesar maka bilangan-bilangan itu adalah 82×751 .

Jadi, $82 + 751 = 833$.

134. Digit yang ke-131313 setelah desimal dari bilangan desimal $\frac{1}{13}$ adalah

- A. 9 B. 7 C. 6 D. 3 E. 2

Solusi: [D]

$\frac{1}{13} = 0,076923076\dots$, angka setelah titik desimal pada bilangan desimal dari

$\frac{1}{13}$ terulang dengan periode 6. Sehingga $131313 = 6 \times 21885 + 3$, angka ke-

131313 dari bilangan desimal $\frac{1}{13}$ sama dengan angka pertama, yaitu 3.

135. Jika a, b, c, d , dan e mewakili angka-angka dari perkalian berikut ini, hitunglah $a + b + c + d + e$

- A. 38
B. 32
C. 24
D. 22
E. 20

a	b	c		
			d	e
×				
2 0 3 2				
7 6 2				
+				
9 6 5 2				

Solusi: [D]

Faktor dari 2032 adalah $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 127$ dan 762 adalah $2 \cdot 3 \cdot 127$. Bilangan 3-angka harus dikalikan dengan 127 itu membagi kedua bilangan 2032. Kemungkinannya adalah 127 atau $2 \times 127 = 254$. Tetapi $2032 : 127 = 16$ lebih dari 9, sehingga bilangan tiga angka harus 254 dan bilangan dua angka adalah 38.

Sehingga, $a = 2, b = 5, c = 4, d = 3$, dan $e = 8$.

Jadi, nilai $a + b + c + d + e = 2 + 5 + 4 + 3 + 8 = 22$.

136. Bilangan dua angka yang nilainya 3,75 dari jumlah angka-angkanya. Jika 36 ditambahkan ke bilangan itu, maka hasilnya adalah suatu bilangan dengan angka yang sama tapi urutan terbalik. Tentukan jumlah angka-angka bilangan tersebut.

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7 E. 6

Solusi: [C]

Misalnya angka puluhan bilangan X adalah t dan angka satuannya u , sehingga

$$10t + u = \frac{13}{4}(t + u)$$

$$40t + 4u = 13t + 13u$$

$$27t - 9u = 0$$

$$\begin{aligned}
3t - u &= 0 \dots (1) \\
10t + u + 36 &= 10u + t \\
9t - 9u &= -36 \\
t - u &= -4 \\
u &= t + 4 \dots (2)
\end{aligned}$$

Dari persamaan (1) dan (2) kita memperoleh:

$$\begin{aligned}
3t - (t + 4) &= 0 \\
3t - t - 4 &= 0 \\
2t &= 4 \\
t &= 2 \\
t = 2 \rightarrow u &= t + 4 = 2 + 4 = 6
\end{aligned}$$

Karena bilangan itu adalah 26, maka jumlah angka-angkanya = $2 + 6 = 8$.

137. Angka-angka 0, 1, 2, ..., 9 mewakili huruf-huruf pada penjumlahan berikut ini. Angka yang mewakili huruf *T* adalah

- | | |
|------|---------------------|
| A. 0 | <i>F O R T Y</i> |
| B. 2 | <i>T E N</i> |
| C. 5 | <u><i>T E N</i></u> |
| D. 6 | <i>S I X T Y</i> + |
| E. 8 | |

Solusi: [E]

Perhatikan penjumlahan berikut ini.

$$\begin{array}{r}
29786 \\
850 \\
\hline
850 \\
+ \\
\hline
31486
\end{array}$$

138. Jika \overline{ab} , \overline{bc} , dan \overline{ca} adalah bilangan dua digit yang memenuhi persamaan $\overline{6^{ab}} \cdot \overline{5^{bc}} = 30^{\overline{ca}}$, maka banyak angka *a* adalah

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7 E. 6

Solusi: [B]

$$\begin{aligned}
\overline{6^{ab}} \cdot \overline{5^{bc}} &= 30^{\overline{ca}} \\
\overline{6^{ab}} \cdot \overline{5^{bc}} &= \overline{6^{ca}} \cdot \overline{5^{ca}} \\
\overline{ab} &= \overline{ca} \\
10a + b &= 10c + a \dots (1) \\
9a + b &= 10c \\
\overline{bc} &= \overline{ca} \\
10b + c &= 10c + a \dots (2) \\
a - 10b &= -9c
\end{aligned}$$

Dari (1) dan (2) kita memperoleh:

$$10a + b = 10b + c$$

$$10a - 9b = c \dots (3)$$

$$10a - 9b = c \rightarrow 9a + b = 10c$$

$$9a + b = 10(10a - 9b)$$

$$9a + b = 100a - 90b$$

$$91a = 91b$$

$$a = b$$

$$a = b \rightarrow a - 10b = -9c$$

$$a - 10a = -9c$$

Sehingga, $a = b = c$, dengan $a \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$.

Jadi, banyak angka a adalah 9.

139. Jika 34369 dan 31513 masing-masing dibagi dengan suatu bilangan 3-angka, sisanya adalah suatu bilangan yang sama. Sisa pembagiannya adalah

A. 288

B. 264

C. 119

D. 97

E. 87

Solusi: [D]

Misalnya bilangan itu memiliki angka ratusan, puluhan, dan satuan berturut-turut adalah x, y , dan z , sehingga

$$\frac{34369}{100x + 10y + z} = c + \frac{b}{100x + 10y + z}$$

$$b = 34369 - c(100x + 10y + z) \dots (2)$$

$$\frac{31513}{100x + 10y + z} = a + \frac{b}{100x + 10y + z}$$

$$b = 31513 - a(100x + 10y + z) \dots (1)$$

Dari persamaan (1) dan (2) kita memperoleh:

$$34369 - c(100x + 10y + z) = 31513 - a(100x + 10y + z)$$

$$(c - a)(100x + 10y + z) = 2856$$

$$(c - a)(100x + 10y + z) = 24 \times 119$$

Berarti $c - a = 24$ dan $100x + 10y + z = 119$.

$$100x + 10y + z = 119 \rightarrow \frac{34369}{100x + 10y + z} = \frac{34369}{119} = 288 + \frac{97}{119}$$

Jadi, untuk bilangan 34369, dengan pembagi = 119, hasil bagi 288, dan sisa pembagiannya = 97.

$$100x + 10y + z = 119 \rightarrow \frac{31513}{100x + 10y + z} = \frac{31513}{119} = 264 + \frac{97}{119}$$

\therefore untuk bilangan 31513, pembagi = 119, hasil bagi = 264, dan sisa pembagiannya = 97.

140. Banyak semua pasangan bilangan bulat (a,b,c) dengan $1 \leq a < b < c$ sedemikian sehingga abc pembagi dari $ab+bc+ca+a+b+c$ adalah
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

Solusi: [B]

$$\text{Misalnya } d = \frac{ab+bc+ca+a+b+c}{abc} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}.$$

$1 \leq a < b < c$, $b \geq 2$ dan $c \geq 3$, sehingga

$$d \leq \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = 2\frac{5}{6}$$

$\therefore d = 1$ atau $d = 2$.

Di samping itu, jika $a \geq 3$ (sehingga $b \geq 4$ dan $c \geq 5$), maka kita memperoleh

$$d \leq \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{15} = \frac{20+15+12+5+3+4}{60} = \frac{59}{60} < 1.$$

$\therefore a = 1$ atau $a = 2$.

Ada empat kasus untuk persamaan:

$$abcd = ab+bc+ca+a+b+c$$

Kasus Ke-1:

Untuk $a = 1$ dan $d = 1$, maka $bc = bc + 2b + 2c + 1$ tidak memiliki solusi.

Kasus Ke-2:

Untuk $a = 1$ dan $d = 2$, maka:

$$2bc = b + bc + c + 1 + b + c$$

$$bc - 2b - 2c = 1$$

$$(b-2)(c-2) = 5$$

$b-2 = 1$ dan $c-2 = 5$, maka $b = 3$ dan $c = 7$.

Kasus Ke-3:

Untuk $a = 2$ dan $d = 1$, maka:

$$2bc = 2b + bc + 2c + 2 + b + c$$

$$bc - 3b - 3c = 2$$

$$(b-3)(c-3) = 11$$

$b-3 = 1$ dan $c-3 = 11$, maka $b = 4$ dan $c = 13$.

Kasus Ke-4:

Untuk $a = 2$ dan $d = 2$, maka:

$$4bc = 2b + bc + 2c + 2 + b + c$$

$3bc - 3b - 3c = 2$, hal ini tidak mungkin karena ruas kiri dapat dibagi 3 dan ruas kanan tidak.

Ada dua solusi: $a = 1, b = 3, c = 7$ dan $a = 2, b = 4, c = 14$.

Sehingga semua pasangan bilangan bulat (a,b,c) adalah $(1,3,7)$ dan $(2,4,14)$.

Jadi, semua pasangan bilangan bulat (a,b,c) ada 2.