

Solusi Pengayaan Matematika

Edisi 10

Nomor Soal: 91-100

91. Berapa banyak jumlah uang yang berbeda dapat diambil dari sebuah dompet berisi uang kertas yang terdiri dari 1, 2, 5, 10, 20, dan 50 dollar masing-masing satu lembar?

A. 73 B. 64 C. 63 D. 33 E. 11

Solusi: [C]

Banyaknya jumlah uang yang diminta = $2^6 - 1 = 63$.

92. Dalam berapa cara seseorang dapat memilih satu atau lebih dari 5 peralatan listrik?

A. 63 B. 48 C. 41 D. 31 E. 24

Solusi 1: [D]

Setiap peralatan dapat diperlakukan dalam 2 cara, yaitu dapat dipilih atau tidak dipilih. Karena setiap dari 2 cara pemilihan peralatan dihubungkan dengan 2 cara pemilihan dari tiap-tiap peralatan lainnya, maka banyaknya cara pemilihan dengan 5 peralatan = 2^5 cara. Tetapi 2^5 cara termasuk kasus di mana tidak ada peralatan yang dipilih. Jadi, banyaknya cara yang diminta = $2^5 - 1 = 31$ cara.

Solusi 2:

Peralatan dapat dipilih satu persatu, dua-dua, dan seterusnya, sehingga banyaknya cara yang diminta = ${}_5C_1 + {}_5C_2 + {}_5C_3 + {}_5C_4 + {}_5C_5 = 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 31$ cara.

93. Tersedia 5 cat (a, b, c, d , dan e), 4 cat (k, l, m , dan n), dan 3 cat (p, q , dan r). Berapa banyaknya pemilihan cat (a, b, c, d , dan e) dan 1 cat (k, l, m , dan n)?

A. 3.270 cara B. 3.720 cara C. 3.240 cara D. 7.320 cara E. 7.230 cara

Solusi: [B]

Cat (a, b, c, d , dan e) dapat dipilih dalam $(2^5 - 1)$ cara, cat (k, l, m , dan n) dapat dipilih dalam $(2^4 - 1)$ cara, dan cat (p, q , dan r) dapat dipilih dalam 2^3 .

Jumlah pemilihan = $(2^5 - 1) \times (2^4 - 1) \times 2^3 = 31 \times 17 \times 8 = 3.720$ cara.

94. Sebuah organisasi mempunyai 25 anggota, 4 di antaranya adalah dokter. Dalam berapa carakah sebuah panitia dapat dipilih yang beranggotakan 3 orang termasuk sekurang-kurangnya 1 dokter?

A. 709 B. 790 C. 970 D. 960 E. 900

Solusi: [C]

Total banyaknya cara pemilihan 3 dari 25 = ${}_{25}C_3$.

Banyaknya cara pemilihan 3 sedemikian rupa sehingga dokter tidak termasuk = ${}_{25-4}C_3 = {}_{21}C_3$.

Kemudian banyaknya cara pemilihan 3 anggota sedemikian rupa sehingga sekurang-kurangnya

1 dokter termasuk = ${}_{25}C_3 - {}_{21}C_3 = \frac{25 \times 24 \times 23}{3 \times 2 \times 1} - \frac{21 \times 20 \times 19}{3 \times 2 \times 1} = 970$.

95. Dalam berapa carakah 4 orang laki-laki dan 4 orang perempuan dapat duduk mengelilingi sebuah meja bundar apabila setiap orang perempuan duduk di antara dua orang laki-laki?

A. 288 B. 225 C. 172 D. 144 E. 121

Solusi: [D]

Pandang bahwa orang laki-laki duduk pertama. Kemudian orang laki-laki dapat di atur dalam $3!$ cara, dan perempuan $4!$

Banyaknya pengaturan keliling yang diminta $= 3! \times 4! = 144$ cara.

96. Berapa banyaknya tanda yang dapat dibuat dengan 5 bendera yang berbeda dengan menaikannya dalam jumlah sebarang sekaligus?
 A. 532 B. 523 C. 352 D. 325 E. 225

Solusi: [D]

Tanda dapat dibuat dengan menaikkan bendera 1, 2, 3, 4, dan 5 sekaligus, sehingga banyaknya tanda $= {}_5P_1 + {}_5P_2 + {}_5P_3 + {}_5P_4 + {}_5P_5 = 5 + 20 + 60 + 120 + 120 = 325$ tanda.

97. Sebuah diagonal dari segi banyak adalah sebuah garis yang menghubungkan dua titik tidak segaris. Berapa banyak titik yang dimiliki segi banyak itu yang mempunyai 152 buah diagonal?
 A. 39 B. 20 C. 19 D. 18 E. 9

Solusi: [C]

Banyak diagonal pada seg- $n = {}_nC_2 - n = \frac{1}{2}n(n-3)$.

$$\frac{1}{2}n(n-3) = 152$$

$$n^2 - 3n - 304 = 0$$

$$(n+16)(n-19) = 0$$

$$n = -16(\text{ditolak}) \text{ atau } n = 19(\text{diterima})$$

98. Lima buah buku yang berbeda, masing-masing 2 salinan. Berapa banyaknya cara yang berbeda dapat dilakukan untuk menyusun buku itu dalam sebuah rak buku?
 A. 113.400 cara C. 113.040 cara E. 131.040 cara
 B. 131.400 cara D. 131.400 cara

Solusi: [A]

Ada $2 \times 5 = 10$ buku, dengan masing-masing 2 yang serupa.

Banyaknya pengaturan $= \frac{(2 \times 5)!}{2!2!2!2!} = \frac{10!}{(2!)^5} = 113.400$ cara.

99. Diketahui $A = \{a, b, c, d, e, f\}$. Carilah banyak himpunan bagian A yang memiliki anggota paling sedikit 3 unsur.
 A. 22 B. 32 C. 42 E. 54 E. 64

Solusi: [C]

Karena banyak anggota A adalah $n(A) = 6$, sehingga banyak himpunan bagian $A = 2^6 = 64$.

Himpunan bagian A yang mempunyai anggota:

$$0 \text{ unsur ada sebanyak } {}_6C_0 = \frac{6!}{0!(6-0)!} = \frac{6!}{1 \times 6!} = 1.$$

$$1 \text{ unsur ada sebanyak } {}_6C_1 = \frac{6!}{1!(6-1)!} = \frac{6 \times 5!}{1 \times 5!} = 6.$$

$$2 \text{ unsur ada sebanyak } {}_6C_2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 1 \times 4!} = 15.$$

Banyak himpunan bagian A yang mempunyai unsur kurang dari 3 $= 1 + 6 + 15 = 22$.

Jadi, banyak himpunan bagian A yang memiliki paling sedikit 3 unsur adalah $64 - 22 = 42$.

100. Berapakah banyak sudut yang lebih kecil dari 180° dibentuk oleh 10 garis lurus yang berpangkal pada sebuah titik, apabila tidak ada dua garis pada garis lurus yang sama?
 A. 135 B. 120 C. 90 D. 60 E. 45

Solusi: [E]

$$\text{Banyaknya sudut} = \text{banyaknya kombinasi 2 dari 10} = {}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$$