

# Solusi Pengayaan Matematika

## Edisi 10

### Nomor Soal: 91-100

91. Jika nilai  $x$  yang memenuhi sistem persamaan  $x - y = 12$  dan  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 8$

dinyatakan dalam bentuk  $x = \frac{a}{b}$ , maka nilai dari  $\sqrt{ab}$  adalah ....

- A. 74            B. 76            C. 79            D. 83            E. 361

**Solusi: [B]**

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 8 \dots (1)$$

$$x - y = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 12$$

$$8(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 12$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = \frac{3}{2} \dots (2)$$

Penjumlahan persamaan (1) dan (2) menghasilkan:

$$2\sqrt{x} = \frac{19}{2}$$

$$\sqrt{x} = \frac{19}{4}$$

$$x = \frac{361}{16}$$

$$\text{Jadi, } \sqrt{ab} = \sqrt{361 \times 16} = 19 \times 4 = 76$$

92. Grafik  $2y = x + 3$  dan  $xy = 5$  berpotongan di dua titik. Jumlah koordinat  $x$  dari titik potong ini adalah ....

- A. 2            B. 1            C. -1            D. -2            E. -3

**Solusi: [E]**

$$y = \frac{5}{x} \rightarrow 2 \cdot \frac{5}{x} = x + 3$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

93. Garis  $y = mx + 1$  memotong elips  $x^2 + 4y^2 = 1$  di satu titik. Tentukan nilai  $120m^2$ .

- A. 60                      B. 80                      C. 90                      D. 96                      E. 100

**Solusi: [C]**

$$y = mx + 1 \rightarrow x^2 + 4y^2 = 1$$

$$x^2 + 4(mx + 1)^2 = 1$$

$$x^2 + 4m^2x^2 + 8mx + 4 = 1$$

$$(1 + 4m^2)x^2 + 8mx + 3 = 0$$

Syarat yang harus dipenuhi adalah  $D = 0$ , sehingga

$$(8m)^2 - 4 \cdot (1 + 4m^2) \cdot 3 = 0$$

$$64m^2 - 12 - 48m^2 = 0$$

$$16m^2 = 12$$

$$m^2 = \frac{3}{4}$$

$$\text{Jadi, } 120m^2 = 120 \times \frac{3}{4} = 90$$

94. Diberikan sistem persamaan  $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 2 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$ . Tentukan jumlah absisnya.

- A. 0                      B. 7                      C. 14                      D. 28                      E. -14

**Solusi: [D]**

$$2x + 3y = 7 \rightarrow x^2 - 3y^2 = 2$$

$$x^2 - 3\left(\frac{7}{3} - \frac{2}{3}x\right)^2 = 2$$

$$x^2 - \frac{49}{3} + \frac{28}{3}x - \frac{4}{3}x^2 = 2$$

$$3x^2 - 49 + 28x - 4x^2 = 6$$

$$x^2 - 28x + 55 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-28}{1} = 28$$

95. Jumlah kebalikan dari dua bilangan adalah  $\frac{17}{30}$  dan hasil kalinya adalah 30.

Tentukan jumlah bilangan tersebut.

- A. 19                      B. 18                      C. 17                      D. 16                      E. 15

**Solusi:**

Ambillah bilangan –bilangan tersebut adalah  $x$  dan  $y$ .

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{17}{30} \text{ dan } xy = 30$$

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{17}{30}$$

$$x+y = \frac{17}{30}xy = \frac{17}{30} \times 30 = 17$$

96. Dari sebuah kotak diketahui luas sebuah sisi yang berbeda masing-masing adalah  $48 \text{ dm}^2$ ,  $144 \text{ dm}^2$ , dan  $192 \text{ dm}^2$ . Berapakah volume kotak tersebut?  
A. 1.152 l    B. 1.200 l    C. 1.242 l    D. 1.252 l    E. 1.512 l

**Solusi: [A]**

Ambillah ukuran kotak adalah  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ .

$$ab = 48$$

$$ac = 114$$

$$bc = 192$$

Perkalian ketiga persamaan tersebut menghasilkan:

$$(abc)^2 = 48 \times 144 \times 192 = 2^4 \times 3 \times 2^4 \times 3^2 \times 2^6 \times 3 = 2^{14} \times 3^4$$

$$abc = 2^7 \times 3^2 = 1.152$$

Jadi, volume kotak tersebut adalah 1.152 liter.

97. Jika  $b_0$  akar terbesar yang memenuhi sistem persamaan  $3a+b=1$  dan  $3a^2-ab=2a+b+5$ , maka angka satuan dari  $212^{501b_0+1}$  adalah ....  
A. 2    B. 3    C. 4    D. 6    E. 8

**Solusi: [A]**

$$b-1-3a \rightarrow 3a^2-ab=2a+b+5$$

$$3a^2-a(1-3a)=2a+1-3a+5$$

$$3a^2-a+3a^2=-a+6$$

$$6a^2=6$$

$$a^2=1$$

$$a=\pm 1$$

$$a=1 \rightarrow 3 \cdot 1 + b = 1 \Leftrightarrow b = -2$$

$$a=-1 \rightarrow 3(-1) + b = 1 \Leftrightarrow b = 4$$

Sehingga  $b_0 = 4$ .

Pola angka satuan dari  $2^n$  adalah 2, 4, 8, 6.

Karena itu, angka satuan dari  $212^{501b_0+1} = 212^{501 \times 4 + 1}$  adalah 2.

98. Jumlah dua buah bilangan adalah 11 sedangkan hasil kalinya dikurangi 18 adalah 12. Tentukan selisih kedua bilangan tersebut.  
 A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4                      E. 5

**Solusi: [A]**

Misalnya kedua bilangan tersebut  $a$  dan  $b$ .

$$a + b = 11$$

$$ab - 18 = 12 \Leftrightarrow ab = 30$$

$$b = 11 - a \rightarrow ab = 30$$

$$a(11 - a) = 30$$

$$a^2 - 11a + 30 = 0$$

$$(a - 5)(a - 6) = 0$$

$$a = 5 \text{ atau } a = 6$$

$$b = 11 - 5 = 6 \text{ atau } b = 11 - 6 = 5$$

Jadi, selisih kedua bilangan tersebut adalah  $6 - 5 = 1$ .

99. Jika  $x$  dan  $y$  adalah bilangan bulat yang memenuhi sistem persamaan  $2x + 3y = 14$  dan  $5x^2 - 7y^2 = 52$ , maka nilai dari  $x! + y!$  adalah ....  
 A. 2                      B. 4                      C. 24                      D. 26                      E. 28

**Solusi: [D]**

$$x = 7 - \frac{3}{2}y \rightarrow 5x^2 - 7y^2 = 52$$

$$5\left(7 - \frac{3}{2}y\right)^2 - 7y^2 = 52$$

$$5\left(49 - 21y + \frac{9}{4}y^2\right) - 7y^2 = 52$$

$$245 - 105y + \frac{45}{4}y^2 - 7y^2 = 52$$

$$17y^2 - 420y + 772 = 0$$

$$(17y - 386)(y - 2) = 0$$

$$y = \frac{386}{17} \vee y = 2$$

Karena  $x$  dan  $y$  adalah bilangan bulat, maka  $y = 2$  dan  $x = 7 - \frac{3}{2} \cdot 2 = 4$ .

Jadi, nilai dari  $x! + y! = 4! + 2! = 24 + 2 = 26$ .

100. Jika  $x$  dan  $y$  adalah bilangan bulat positif yang memenuhi sistem persamaan  $x^2 - 4xy + 3y^2 = 0$  dan  $2x^2 - 2x + y = 13$ , maka angka satuan dari  $x^{2005y}$  adalah ....

- A. 9            B. 7            C. 3            D. 1            E. 2

**Solusi: [C]**

$$x^2 - 4xy + 3y^2 = 0$$

$$(x - 3y)(x - y) = 0$$

$$x = 3y \vee x = y$$

Sehingga diperoleh sistem persamaan:

$$\text{I. } \begin{cases} x = 3y \\ 2x^2 - 2x + y = 13 \end{cases} \text{ dan II. } \begin{cases} x = y \\ 2x^2 - 2x + y = 13 \end{cases}$$

Dari persamaan I diperoleh

$$2x^2 - 2x + \frac{1}{3}x = 13$$

$$6x^2 - 5x - 39 = 0$$

$$(x - 3)(6x + 13) = 0$$

$$x = 3 \vee x = -\frac{13}{6}$$

$$y = \frac{3}{3} = 1 \vee y = -\frac{13}{18}$$

Dari persamaan II diperoleh

$$2x^2 - 2x + x = 13$$

$$2x^2 - x - 13 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{105}}{4} = y$$

Di sini  $x$  dan  $y$  adalah bilangan bulat positif sehingga  $x = 3$  dan  $y = 1$ .

Pola angka satuan dari  $3^n$  adalah 3, 9, 7, 1.

Karena itu, angka satuan dari  $x^{2005y} = 3^{2005 \times 1} = 3^{501 \times 4 + 1}$  adalah 3.