

Pembahasan Olimpiade Sains 2016 Tingkat Kabupaten/Kota Bidang Informatika/Komputer



Dibahas oleh:

- Chalvin Polpan
- Degoldie Sonny
- Ensof Barhami
- Fata Nugraha
- Firman Hadi Prayoga
- Muhammad Ashlah Shinfain
- Norman Bintang
- Ricky Jeremiah Djajadi
- Turfa Auliarachman
- Yonas Adiel Wiguna

Diedit oleh:

- Dr. Inggriani Liem
- Muhammad Ayaz Dzulfikar
- William Gozali

Bagian A: Aritmetika (20 soal)

1. Kita dapat mencari banyaknya bilangan prima dari 1 sampai 100 secara manual. Bilangan-bilangan tersebut adalah 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, dan 97. Terdapat 25 bilangan prima.

Untuk memeriksa apakah bilangan X adalah prima atau bukan, kita cukup mencari apakah terdapat bilangan prima yang kurang dari X dan habis membagi bilangan tersebut. Contoh:

- Untuk bilangan 13, tidak ada bilangan prima kurang dari 13 yang habis membagi 13. Jadi 13 merupakan bilangan prima.
- Untuk bilangan 39, terdapat bilangan prima kurang dari 39 yang habis membagi 39, salah satunya adalah 3. Jadi 39 bukan merupakan bilangan prima.

Cara lain untuk mencari bilangan prima dari 1 sampai N , dengan N suatu bilangan bulat positif, adalah dengan algoritma pembangkit bilangan prima seperti Sieve of Eratosthenes. Materi tentang Sieve of Eratosthenes dapat diakses di <http://bit.ly/toki-sieve>.

Jawaban: C. 25

2. Akar pangkat 3 dari 1000 adalah 10, oleh karena itu hanya ada paling banyak 10 bilangan kubik. Ternyata terdapat 9 bilangan yang kubiknya berada di antara rentang yang diberikan. Bilangan-bilangan tersebut adalah 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000.

Jawaban: C. 9

3. Berdasarkan sifat modulo: $a^b \text{ mod } c = (a \text{ mod } c)^b \text{ mod } c$
Jadi, $27^{2016} \text{ mod } 26 = (27 \text{ mod } 26)^{2016} \text{ mod } 26 = 1^{2016} \text{ mod } 26 = 1$.

Jawaban: A. 1

4. Bilangan yang menghasilkan 6 apabila diberi operasi modulo 999983 adalah sembarang bilangan $999983x+6$, untuk suatu bilangan bulat x . Kita dapat mencari nilai m sesuai pilihan jawaban dengan mencoba setiap bilangan tersebut. Solusinya adalah $m = 499992$ dengan $2m+5 = 999983 + 6$.

Jawaban: B. 499992

5. Dibutuhkan 5 buah bit 1 dan 5 buah bit 0 untuk membuat string binary dengan panjang 10 yang memiliki "bit 1 dan bit 0"-nya sama banyak. Cukup hitung banyaknya permutasi dari string

“0000011111”, yang sama dengan permutasi 10 elemen dengan dua set 5 elemen yang berulang. Hasilnya adalah $\frac{10!}{5! \cdot 5!} = 252$

Jawaban: B. 252

6. Observasi:

Jika $1 \leq x_1$, maka $x_1 = a+1$ untuk suatu bilangan bulat $a \geq 0$.

Jika $x_1+3 \leq x_2$, maka $x_2 = x_1+3+b$ untuk suatu bilangan bulat $b \geq 0$.

Jika $x_2 \leq x_3$, maka $x_3 = x_2+c$ untuk suatu bilangan bulat $c \geq 0$.

Jika $x_3+5 \leq x_4$, maka $x_4 = x_3+5+d$ untuk suatu bilangan bulat $d \geq 0$.

Perhatikan bahwa $x_4 \leq 40$. Banyaknya konfigurasi x_1, x_2, x_3, x_4 yang valid dapat dicari dengan cara menghitung banyaknya x_4 yang valid.

$$\begin{array}{rcl} x_4 & \leq & 40 \\ x_3 + 5 + d & \leq & 40 \\ x_2 + c + 5 + d & \leq & 40 \\ x_1 + 3 + b + c + 5 + d & \leq & 40 \\ a + 1 + 3 + b + c + 5 + d & \leq & 40 \\ a + b + c + d & \leq & 31 \end{array}$$

Kita dapat tuliskan pertidaksamaan di atas menjadi $a + b + c + d + e = 31$ untuk suatu bilangan bulat $e \geq 0$.

Setelah kita dapatkan $a + b + c + d + e = 31$, banyaknya kemungkinan yang valid bisa didapatkan dengan menggunakan rumus kombinasi dengan perulangan. Hal ini dikarenakan permasalahan ini dapat dimodelkan menjadi mencari permutasi dari string “oooo...oo||||” (31 karakter ‘o’ dan 4 karakter ‘|’).

Hasilnya $\frac{35!}{4! \cdot 31!} = 52360$

Jawaban: C. 52360

7. Pilih 6 angka berbeda dari angka 1 sampai dengan 9. Perhatikan bahwa 0 tidak boleh dipilih karena 0 pasti menempati posisi paling kecil, sehingga bilangan yang terbentuk akan terdiri dari hanya 5 digit. Banyaknya cara memilih 6 angka dari 9 angka adalah $C(9, 6)$. Untuk suatu kombinasi yang terdiri dari 6 digit hanya ada 1 kemungkinan yang membuat 6 angka tersebut urut. Maka jawaban adalah $C(9, 6) \cdot 1 = 84$

Jawaban: A. 84

8. Soal ini dapat diselesaikan dengan membagi menjadi beberapa kasus:

- Kombinasi yang diakhiri dengan angka 6, banyak kemungkinan $P(6, 6) = 6! = 720$
- Kombinasi yang diakhiri dengan angka 7, banyak kemungkinan $P(7, 6) = 7! = 5040$
- Kombinasi yang diakhiri dengan angka 8, banyak kemungkinan $P(8, 6) = \frac{8!}{2!} = 20160$
- Kombinasi yang diakhiri dengan angka 9, banyak kemungkinan $P(9, 6) = \frac{9!}{3!} = 60480$

Sehingga, banyaknya kombinasi berbeda adalah $720 + 5040 + 20160 + 60480 = 86400$

Jawaban: A. 86400

9. Misalkan terdapat sebuah bilangan $a = p_1^{a_1} * p_2^{a_2} * \dots * p_n^{a_n}$, maka bilangan yang dapat membagi bilangan tersebut pasti bilangan yang merupakan perkalian $p_1^{b_1} * p_2^{b_2} * \dots * p_n^{b_n}$ yang memenuhi $b_i \leq a_i$.

Kemudian jika terdapat dua bilangan:

- $x = p_1^{a_1} * p_2^{a_2} * \dots * p_n^{a_n}$
- $y = p_1^{b_1} * p_2^{b_2} * \dots * p_n^{b_n}$

Maka bilangan yang dapat membagi x dan y adalah bilangan yang terdiri dari perkalian $p_1^{c_1} * p_2^{c_2} * \dots * p_n^{c_n}$, dengan $c_i \leq \min(a_i, b_i)$. Apabila $c_i > \min(a_i, b_i)$, maka salah satu dari x atau y tidak dapat dibagi oleh bilangan tersebut.

Karena nilai c_i dapat merentang dari 0 sampai dengan $\min(a_i, b_i)$, terdapat $\min(a_i, b_i) + 1$ kemungkinan nilai c_i .

Banyaknya faktor dapat kita dapatkan dengan:

$(\min(a_1, b_1) + 1) * (\min(a_2, b_2) + 1) * \dots * (\min(a_n, b_n) + 1)$.

Selanjutnya, kita dapati bahwa:

- $720000 = 2^7 * 3^2 * 5^4$
- $262144 = 2^{18}$

Sehingga banyaknya bilangan yang dapat habis membagi kedua bilangan tersebut adalah:

$(\min(7, 18) + 1) * (\min(2, 0) + 1) * (\min(4, 0) + 1) = 8 * 1 * 1 = 8$

Catatan: berdasarkan observasi dari atas, bilangan-bilangan yang habis membagi kedua bilangan tersebut merupakan faktor-faktor dari FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) kedua bilangan tersebut. Sehingga jawaban dapat juga didapatkan dengan menghitung banyaknya faktor dari FPB kedua bilangan tersebut.

Jawaban: B. 8

10. Asumsikan banyaknya permen yang dibeli Pak Dengklek adalah X.

Paling banyak terdapat 8 orang tamu yang datang ke pesta Pak Dengklek, dan apabila Pak Dengklek membagi rata semua permen itu, tersisa 6 permen.

Pernyataan di atas dapat dimodelkan sebagai: $X \equiv 6 \pmod{8}$

Begitu juga dengan dua pernyataan selanjutnya. Kita mendapatkan

$$X \equiv 6 \pmod{8}$$

$$X \equiv 5 \pmod{7}$$

$$X \equiv 2 \pmod{5}$$

Dari pilihan di soal hanya angka 222 yang memenuhi kriteria tersebut. Oleh karena itu, jawabannya adalah 222.

Catatan: soal ini juga bisa diselesaikan menggunakan *Chinese Remainder Theorem*. Materi tentang *Chinese Remainder Theorem* dapat diakses di <http://bit.ly/toki-crt>.

Jawaban: D. 222

11. Perhatikan bahwa Ali mengikuti kompetisi yang berlangsung 7 hari sekali, sehingga Ali pasti bekerja hanya pada hari Senin. Sehingga, apabila Ali, Lia, dan Budi akan berkompetisi bersama, pasti mereka berkompetisi bersama pada hari Senin. Berdasarkan *Chinese Remainder Theorem*, kita dapat memastikan mereka pasti bertemu di hari yang sama karena setiap karena interval setiap orang saling prima.

Jawaban: A. Senin

12. Observasi:

- Untuk mendapatkan nilai FALSE pada operator logika OR, kedua operand harus bernilai FALSE sehingga (A and B and C and D) serta not E harus bernilai FALSE.
- Pada operator AND, dibutuhkan setidaknya terdapat satu operand yang bernilai FALSE sehingga minimal terdapat satu diantara A, B, C, dan D harus bernilai FALSE.
- Untuk operasi logika not E agar bernilai FALSE maka nilai E harus TRUE.

Di antara pilihan jawaban yang diberikan, hanya opsi C yang memenuhi ketentuan di atas.

Jawaban: C. A = true, B = false, C = true, D = false, E = true

13. C merupakan himpunan hasil irisan dari himpunan A dan himpunan B yang berarti C merupakan himpunan bilangan prima yang apabila dibagi oleh 7 memiliki sisa 3. Bilangan-bilangan yang memiliki sisa 3 jika dibagi 7 adalah 3, 10, 17, ..., $7n+3$ untuk semua bilangan bulat n. Bilangan-bilangan yang merupakan anggota himpunan C dapat dicari dengan manual, yakni {3, 17, 31, 59, 73}. Banyaknya anggota himpunan C adalah 5.

Jawaban: B. 5

14. Anggap bilangan yang habis dibagi 3 atau habis dibagi 5 tetapi tidak habis dibagi 9 dengan bilangan X. Jawaban dari soal ini adalah banyaknya bilangan X dari 1 sampai 1000 dikurangi dengan banyaknya bilangan X dari 1 sampai 99.

Banyak bilangan X pada suatu rentang [1, N] adalah:

(banyak bilangan yang habis dibagi 3) + (banyak bilangan yang habis dibagi 5) - (banyak bilangan yang habis dibagi 15) - (banyak bilangan yang habis dibagi 9)

Kita dapat mengurangi langsung bilangan yang habis dibagi 9 karena bilangan yang habis dibagi 9 adalah subhimpunan dari bilangan yang habis dibagi 3.

Banyak bilangan X dari 1 sampai 1000:

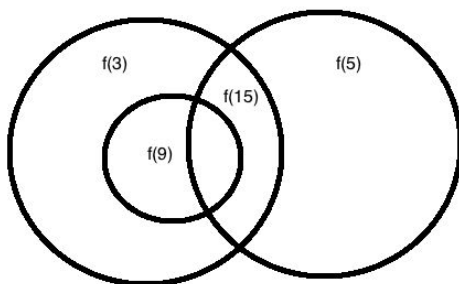
$$\lfloor \frac{1000}{3} \rfloor + \lfloor \frac{1000}{5} \rfloor - \lfloor \frac{1000}{15} \rfloor - \lfloor \frac{1000}{9} \rfloor = 356$$

Bilangan X dari 1 sampai 99:

$$\lfloor \frac{99}{3} \rfloor + \lfloor \frac{99}{5} \rfloor - \lfloor \frac{99}{15} \rfloor - \lfloor \frac{99}{9} \rfloor = 35$$

Sehingga, banyaknya bilangan yang memenuhi adalah $356 - 35 = 321$

f(x) : bilangan yang habis dibagi x



Jawaban: A. 321

15. Bilangan biner bernilai minimum saat semua angka 1 berada di kanan. Untuk kasus ini, bilangan biner minimum adalah 000001111.

Untuk mencapai 000001111, cukup pindahkan semua angka 1 ke kanan. Banyak langkah yang dibutuhkan untuk mengubah 100101010 menjadi 000001111 adalah 11 langkah.

Jawaban: E. 11

16. Dapat diketahui bahwa Ido lahir pada tanggal 13 Oktober 1996. Jarak waktu dari 13 Oktober 1996 sampai 13 Oktober 2016 adalah $(365 \cdot 20) + 5 = 7305$ hari (ditambah 5 hari karena tanggal

29 Februari pada tahun 2000, 2004, 2008, 2012, 2016 atau tahun kabisat). Jadi cukup 7305 hari sebelum hari Kamis tanggal 13 Oktober 2016 yang perlu diperhatikan.

Perhatikan juga bahwa setiap mundur 7 hari, hari tersebut kembali kepada hari Kamis. Jadi cukup perhatikan $7305 \bmod 7 = 4$ hari sebelum hari Kamis, yaitu hari Minggu.

Jawaban: E. Minggu

17. Bagi menjadi 2 kasus:

1. Ketika jarum panjang masih lebih kecil dibanding jarum pendek (misalnya jam 3.05, 3.15)
2. Ketika jarum panjang lebih besar dibanding jarum pendek (misalnya jam 3.45, 3.53)

Perhatikan bahwa:

- Jarum pendek akan bergeser sebanyak $((360^\circ / 12 \text{ ruas}) / 60 \text{ menit}) = 0.5^\circ/\text{menit}$
- Jarum panjang akan bergeser sebanyak $(360^\circ / 60 \text{ menit}) = 6^\circ/\text{menit}$.

Pada kasus pertama, maksimalkan fungsi $f(t) = (90^\circ + \frac{1}{2}t) - (6t) = 90^\circ - 5\frac{1}{2}t$ dengan t adalah menit yang telah terlewati. Jelas fungsi ini bernilai maksimum ketika $t = 0$, yaitu $f(0) = 90$.

Pada kasus kedua, maksimalkan fungsi $g(t) = \min(6t - (90^\circ + \frac{1}{2}t), 180 - 6t + (90^\circ + \frac{1}{2}t)) = \min(5\frac{1}{2}t - 90, 270 - 5\frac{1}{2}t)$. Ingat perhitungan sudut jarum pendek dan jarum panjang pada sebuah jam menggunakan sudut yang lebih kecil. Dari pilihan yang ada, 3 lebih 49 menit memberikan hasil maksimum pada fungsi ini, yaitu $g(49) = 179.5$

Cara alternatif:

Sudut maksimum di antara pukul 3 dan 4 adalah 180° . Untuk mencari menitnya, akan lebih mudah jika mencari berapa menit kurang pukul 4, dari pada mencari pukul 3 lebih berapa, karena sudut yang dibentuk pukul 03.00 adalah 90° dan berubah mengecil (menjauhi 180°).

Pukul 4 membentuk sudut 240° . Setiap menitnya, jarum pendek mengurangi sebesar 6, dan jarum jam, menambah sebesar $\frac{1}{2}$.

Maka didapat persamaan:

$$240 - 6x + \frac{1}{2}x = 180$$

$$X = 10.909090$$

$$X = 11 \text{ (dibulatkan ke bilangan bulat terdekat)}$$

Jadi sudut maksimal dibentuk saat pukul 4 kurang 11 menit, atau 3.49

Jawaban: E. 3 lebih 49 menit

18. Anggap ada X orang yang mengikuti ujian. Rata-rata nilai pada suatu kelas adalah $\frac{74X}{X}$. Apabila ada 1 orang lagi yang masuk dengan nilai 95, maka rata-rata kelas menjadi lebih dari 75. Dapat ditulis sebagai persamaan:

$$\begin{aligned}\frac{74X+95}{X+1} &> 75 \\ 74X + 95 &> 75X + 75 \\ X &< 20\end{aligned}$$

Sehingga X terbesar yang mungkin adalah 19. Banyaknya siswa di kelas itu termasuk satu siswa yang mengikuti susulan adalah $19 + 1 = 20$

Jawaban: B. 20

19. Agar lembar banyak pecahan minimal, sebisa mungkin ambil pecahan yang bernilai maksimum. Pertama ambil 102 lembar dollar 100 menyisakan 90 dollar. Lalu ambil 1 lembar dollar 50 menyisakan 40. Terakhir, ambil 2 lembar dollar 20 menyisakan 0 dollar, sehingga Pak Dengklek memiliki minimal 105 lembar dollar.

Catatan: Teknik ini dinamakan *greedy*, tetapi tidak semua soal tipe seperti ini dapat dikerjakan menggunakan *greedy*. Persyaratan soal ini dapat menggunakan *greedy* adalah setiap lembar pecahan dapat dibentuk dengan pecahan yang lebih kecil.

Jawaban: C. 105

20. Karena $A \geq B$ dan $B \geq C$, berdasarkan sifat transitif, $A \geq C$

Jawaban: B. $A \geq C$

Bagian B: Analitika (20 soal)

21. Misalkan $A(X)$ adalah jumlah amuba pada menit ke- X . Diketahui $A(1) = 6$, $A(2) = 6$, $A(3) = 6$, $A(4) = 6$, $A(5) = 12$, dan seterusnya.

Banyak amuba pada menit ke- X adalah banyak amuba pada menit ke- $(X-1)$ (amuba sebelumnya) ditambah banyak amuba pada menit ke- $(X-4)$ (karena setiap amuba yang berumur 4 menit atau lebih melahirkan 1 amuba baru). Sehingga:

$$A(X) = A(X - 1) + A(X - 4)$$

untuk $X > 4$.

Didapat $A(60) = 595038720$.

Catatan: Pilihan jawaban sangat besar, namun pada digit satuannya berbeda semua. Observasi ini dapat dimanfaatkan untuk mencari jawaban dengan cepat.

Jawaban: A. 595038720

22. Perhatikan banyak a dan b di setiap giliran. Misalkan $f(n, x)$ adalah banyaknya huruf x pada giliran ke n .

Didapatkan:

$$f(n+1, A) = f(n, A) + f(n, B)$$

Hal ini karena setiap B pada giliran sebelumnya berubah menjadi A , dan setiap A juga menghasilkan A .

Didapatkan pula:

$$f(n+1, B) = f(n, A)$$

Karena B hanya didapat dari A yang giliran sebelumnya.

Dari rumus tersebut, kita dapatkan:

- $f(0, A) = 1$
- $f(0, B) = 0$

- $f(1, A) = 1$
- $f(1, B) = 1$

- $f(2, A) = 2$
- $f(2, B) = 1$
- .
- .
- .
- $f(10, A) = 89$
- $f(10, B) = 55$

Sehingga, panjang totalnya adalah $89 + 55 = 144$

Jawaban: C. 144

23. Simulasikan pilihan jawaban yang ada:

- B -> BAB -> BABAAABAB -> BABAAABABAAAAAAAAABABAAABAB
- ABA -> BABABABAB -> ABABABABABABABABABABABABABA -> (tidak dilanjutkan karena tidak mungkin)
- BA -> ABBA -> BAABBAAB -> ABBABAABABBABAAB
- AB -> BAAB -> ABBABAAB -> BAABABBAABBABAAB
- A -> ABA -> ABABBBABA -> ABABBBABABBBBBBBBABABBBABA

Jawaban: E. string awal: "A", peraturan: (A diganti dengan "ABA", B diganti dengan "BBB")

24. Kasus terburuk belum adanya 3 kandang yang berisi 2 burung = 2 kandang berisi 5 burung dan 8 kandang berisi 1 burung. Agar setidaknya 3 kandang yang berisi 2 burung, maka butuh 1 burung lagi, totalnya $2 * 5 + 8 * 1 + 1 = 19$ burung. Ini adalah permasalahan *Pigeon Hole Principle*. Materi tentang *Pigeon Hole Principle* dapat diakses di <http://bit.ly/toki-php>.

Jawaban: D. 19

Berikut ini adalah pembahasan untuk nomor 25-27

Observasi:

- Karena Biru harus berada 3 titik di sebelah kiri Nila, dan Ungu harus berada 3 titik dari Biru, maka Nila berada tepat di sebelah Ungu, dengan 2 warna lain di antara Biru dan Nila, serta 2 warna lain di antara Biru dan Ungu.
- Karena Jingga tidak boleh di sebelah Biru maupun Nila, maka Jingga harus berada di sebelah Ungu.
- Karena Hijau harus di sebelah Merah, maka Hijau harus berada diantara Biru dan Nila
- Sehingga, Kuning berada di antara Biru dan Jingga

Konfigurasi yang mungkin: B - H - M - N - U - J - K

25. Dari pilihan jawaban yang ada, yang sesuai dengan konfigurasi hanya pilihan B.

Jawaban: B. Jingga dan Merah berjarak sebanyak 3 titik

26. Terdapat ambiguitas pada soal ini, yakni dari mana segi-7 dilihat, yaitu dari dalam atau luar. Dalam pembahasan ini, asumsikan segi-7 dilihat dari luar. Maka, warna yang berada tepat di sebelah kiri Jingga adalah Ungu.

Jawaban: D. Ungu

27. Jika merah tidak harus berada 2 titik dari ungu, warna yang mungkin berada tepat di sebelah kiri nila adalah merah dan hijau.

Jawaban: E. Merah atau Hijau

28. Faktorisasi prima dari $135 = 3^3 * 5$

Karena belum ada yang berumur 10 tahun, yang satu-satunya konfigurasi yang mungkin adalah 3, 5, 9. Hasil kali umur Ali dan Badu adalah $9 * 5 = 45$.

Jawaban: C. 45

Berikut ini adalah pembahasan untuk nomor 29-31

Misalkan:

- a: banyak binatang berkaki satu
- b: banyak binatang berkaki tiga
- c: banyak binatang berkaki lima

Diketahui bahwa:

- $a + b + c = 52$
- $a + 3b = 88$
- $3b + 5c = 106$

Kita bisa menyelesaikan persamaan di atas untuk mendapatkan $a = 22$, $b = 22$, $c = 8$.

29. Jumlah seluruh kaki yang ada = $a + 3b + 5c = 128$

Jawaban: B. 128

30. Berdasarkan perhitungan sebelumnya, $a = 22$.

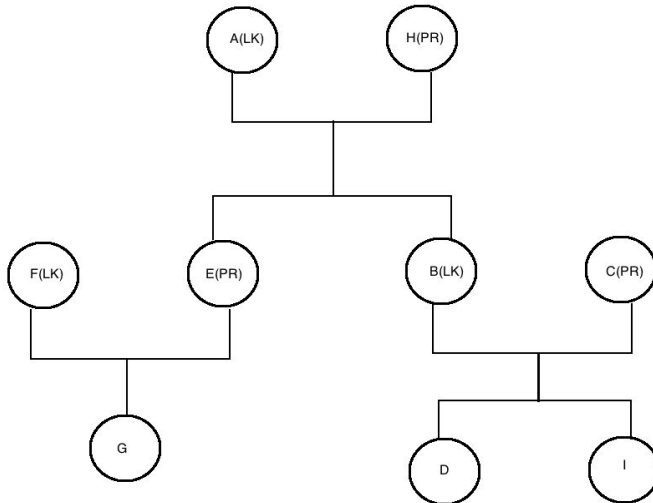
Jawaban: B. 22

31. Berdasarkan perhitungan sebelumnya, $c = 8$.

Jawaban: A. 8

Berikut ini adalah pembahasan untuk nomor 32-35

Berdasarkan informasi yang diberikan, pohon keluarganya adalah:



32. Dari pohon keluarga yang didapatkan, istri A adalah H.

Jawaban: C. H

33. Dari pohon keluarga yang didapatkan, yang dapat dipastikan perempuan adalah H, E, dan C.

Jawaban: C. C

34. Dari pohon keluarga yang didapatkan, yang dapat dipastikan anak tunggal adalah G.

Jawaban: A. G

35. Dari pohon keluarga yang didapatkan, suami dari E adalah F.

Jawaban: D. F

36. Karena setiap kodok pasti sampai ke tempat akhir (di kanan) dan kodok yang lebih tua yang memilih garis yang tebal, maka kita dapat mensimulasikan dari yang paling tua yakni kodok E yang akan selalu mengambil panah yang tebal (karena dia kodok tertua). Kemudian kodok D juga akan mengambil semua panah tebal yang masih tersisa (yang belum dipakai oleh kodok

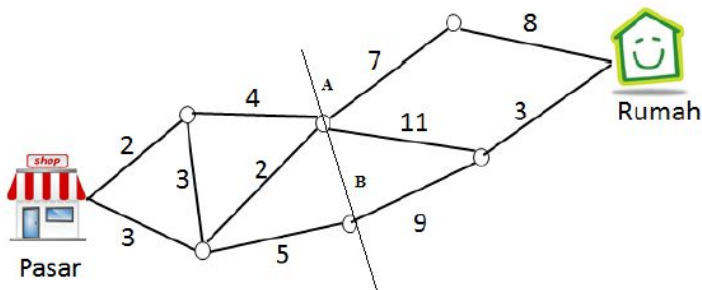
E). dan seterusnya. Hal ini juga bisa dilakukan dengan memulai dari kodok A yang mana dia akan selalu mengambil panah yang tipis.

Jawaban: B - B - D - C - A - E

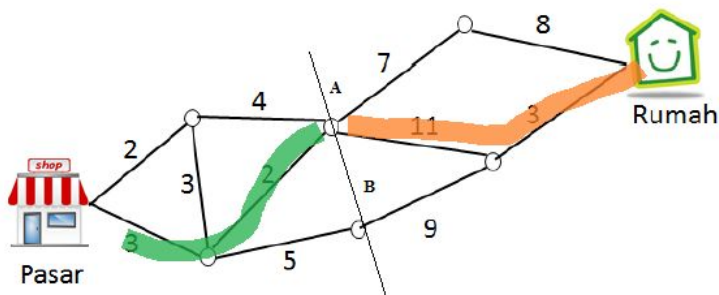
37. Kita dapat melakukan hal-hal secara bersamaan apabila bahannya sudah siap. Pertama, kita dapat melakukan proses S1 dan S2 secara bersamaan karena bahannya sudah tersedia. Kemudian proses S3, S4, S5 secara bersamaan; proses S6, S7, S8, S9 secara bersamaan; proses S10; dan terakhir proses S11. Sehingga waktu total yang dibutuhkan ada 25 menit ($5 * 5$ menit).

Jawaban: D. 25 menit

38. Salah satu trik yang dapat mempermudah mencari jawaban adalah dengan mengobservasi bahwa perjalanan dari pasar ke rumah pasti melewati titik A atau titik B namun tidak keduanya (lihat gambar).

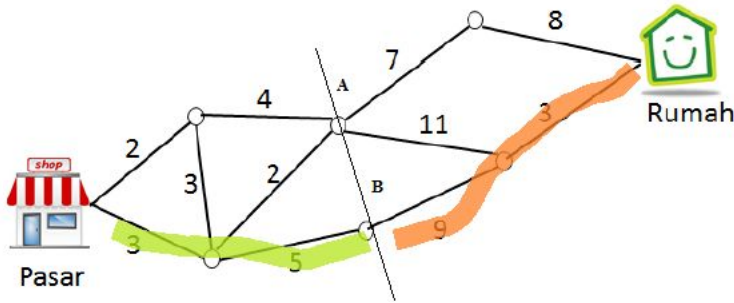


Jarak terpendek dari pasar menuju rumah melalui titik A adalah jarak terpendek dari pasar menuju titik A ditambah dengan jarak terpendek dari titik A menuju rumah. Didapat jarak terpendek adalah sebagai berikut:



Sehingga jarak terpendek dari pasar menuju rumah melalui titik A adalah $(3 + 2) + (11 + 3) = 19$.

Sedangkan untuk mencari jarak terpendek dari pasar menuju rumah melalui titik B sama seperti sebelumnya. Didapat jarak terpendek sebagai berikut:



Sehingga jarak terpendek dari pasar menuju rumah melalui titik B adalah $(3 + 5) + (9 + 3) = 20$.

Jarak terpendek dari pasar menuju rumah adalah minimum dari jarak rute yang melalui titik A dengan jarak rute yang melalui titik B, yaitu 19.

Catatan:

Teknik ini dinamakan *Meet in the Middle*. Terdapat teknik lain yang dapat menyelesaikan soal ini, contohnya menggunakan *shortest path algorithm* seperti Dijkstra's Algorithm. Materi tentang *shortest path algorithm* dan Dijkstra's Algorithm dapat diakses di <http://bit.ly/toki-shortest-path> dan <http://bit.ly/toki-dijkstra>.

Jawaban: C. 19

39. Berikut adalah konfigurasi awal Grid:

1	4	5
7	3	2
8	9	6

Setelah sekali penekanan tombol A:

7	1	5
3	4	2
8	9	6

Setelah penekanan tombol A kedua:

3	7	5
4	1	2
8	9	6

Terakhir, setelah penekanan tombol C satu kali:

3	7	5
4	9	1
8	6	2

Jawaban: B: 3-7-5; 4-9-1; 8-6-2

40. Untuk mencapai ke konfigurasi pada Grid 1 dengan penekanan tombol minimal, kita harus menekan tombol D, kemudian tombol C, kemudian tombol B dua kali. Banyak tombol yang ditekan adalah 4 kali.

Jawaban: B. 4

Bagian C: Algoritmika (10 soal)

41. Dari potongan kode di soal, bisa kita ketahui bahwa program tersebut berfungsi untuk mencari rata-rata dari seluruh isi array 'arr' dan mencetaknya dengan 2 angka di belakang koma, sehingga bisa kita dapatkan 5.17.

Jawaban: C. 5.17

Berikut ini adalah pembahasan untuk nomor 42-43

Dari potongan kode di soal, prosedur inc(c,i) berfungsi untuk menambah nilai variabel c sebesar i. Bisa diketahui bahwa program tersebut bertugas untuk mencari jumlah dari 1 sampai n dan hasilnya disimpan di variabel "c".

Kita bisa memanfaatkan rumus deret aritmatika:

$$1 + 2 + \dots + n = (n * (n + 1) / 2)$$

42. $n = 10$. Maka, $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 10 * 11 / 2 = 55$.

Jawaban: C. 55

43. $n = 1000$. Maka, $1 + 2 + 3 + \dots + 1000 = 1000 * 1001 / 2 = 500500$.

Jawaban: E. 500500

44. Dari potongan kode di soal, dapat dilihat perulangan 'j' untuk mencari bilangan r^j yang disimpan di variabel 'd', yang mana $1 \leq j \leq n$, dan perulangan 'i' untuk menambahkan nilai 'd' ke variabel 'c'. Kita dapat disimpulkan program, nilai 'd' dari program tersebut, $d = r + r^2 + r^3 + \dots + r^n$.

Sehingga, $d = 2 + 4 + 8 + \dots + 1048576 = 2097150$.

Catatan: $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$ (penjumlahan deret geometri)

Jawaban: D. 2097150

45. Dengan mensimulasikan kode pada soal, kita dapatkan:

$$\begin{aligned} \text{tis}(143) &= \text{tis}(14) * 3 && + \text{tis}(2) \\ &= (\text{tis}(1) * 3 + \text{tis}(0)) * 3 && + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (1 \cdot 3 + 0) \cdot 3 + 2 \\
&= 9 + 2 \\
&= 11
\end{aligned}$$

Jawaban: D. 11

46. Dari program di soal, diketahui bahwa tugas dari fungsi klik adalah mengurangi i dengan 1. Sedangkan $\text{klek}(x)$ mengembalikan nilai $A[x] \cdot A[(x \bmod 10) + 1]$. Sehingga, pemanggilan rekursif $\text{klok}()$ dengan input 8 mengembalikan nilai $\text{klek}(8) + \text{klek}(7) + \dots + \text{klek}(1) = 237$.

Jawaban: C. 237

47. Nilai variabel b akan bertambah setiap iterasi, dan variabel a akan bertambah sebanyak b setiap iterasi.

iterasi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
a	13	14	16	19	23	28	34	41	49	58	68	79	91	104	118	134
b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Karena kondisi dari `while` adalah $a < n$, untuk mendapat nilai a tidak 79 di akhir program, kita harus membuat kondisi yang keluar dari iterasi apabila $a \leq 68$ atau $a > 79$. Untuk kasus ini, jawaban n yang mungkin adalah $n \leq 68$ atau $n > 79$. Jawaban yang cocok di antara pilihan yang ada adalah 68.

Catatan: soal ini dapat dikerjakan dengan lebih mudah dengan observasi bahwa di akhir program, $a = 13 + 1 + 2 + 3 + \dots + x = 13 + x \cdot (x + 1) / 2$ dengan x terkecil yang membuat $a \geq n$.

Jawaban: A. 68

48. Dengan b akhir bernilai 15, nilai $a = 13 + 1 + 2 + 3 + \dots + 14 = 118$.

Agar program berhenti saat b bernilai 15, jawaban n yang mungkin adalah $104 < n \leq 118$, karena soal meminta n terbesar, jawabannya adalah 118.

Jawaban: D.118

49. Perhatikan bahwa fungsi $\text{naon}(x, y)$ memiliki dua kasus :

- Ketika $y \bmod 2 = 0$, maka
$$\begin{aligned}
\text{naon}(x, y) &= \text{naon}(x, y / 2) \cdot \text{naon}(x, y / 2) \cdot \text{naon}(x, 0) \\
&= \text{naon}(x, y / 2) \cdot \text{naon}(x, y / 2)
\end{aligned}$$

- Ketika $y \bmod 2 = 1$, maka

$$\text{naon}(x, y) = \text{naon}(x, (y - 1) / 2) * \text{naon}(x, (y - 1) / 2) * \text{naon}(x, 1)$$

$$= \text{naon}(x, y - 1) * x$$

Fungsi tersebut adalah fungsi untuk mencari nilai x^y dengan metode *exponentiation by squaring* atau biasa disebut juga *fast exponentiation*. Materi tentang *fast exponentiation* dapat diakses di <http://bit.ly/toki-exponentiation>.

Jadi, hasil dari $\text{naon}(3, 8)$ adalah $3^8 = 6561$

Jawaban: C. 6561

50. Misal fungsi $f(y)$ menghasilkan banyak pemanggilan fungsi naon saat dilakukan pemanggilan $\text{naon}(4, y)$. Maka:

- $f(0) = 1$
- $f(1) = 1$
- $f(2) = 1 + f(1) + f(1) + f(0)$
 $= 1 + 1 + 1 + 1$
 $= 4$
- $f(3) = 1 + f(1) + f(1) + f(1)$
 $= 1 + 1 + 1 + 1$
 $= 4$
- $f(4) = 1 + f(2) + f(2) + f(0)$
 $= 1 + 4 + 4 + 1$
 $= 10$
- $f(5) = 1 + f(2) + f(2) + f(1)$
 $= 1 + 4 + 4 + 1$
 $= 10$
- $f(6) = 1 + f(3) + f(3) + f(0)$
 $= 1 + 4 + 4 + 1$
 $= 10$
- $f(7) = 1 + f(3) + f(3) + f(1)$
 $= 1 + 4 + 4 + 1$
 $= 10$
- $f(8) = 1 + f(4) + f(4) + f(0)$
 $= 1 + 10 + 10 + 1$
 $= 22$
- $f(9) = 1 + f(4) + f(4) + f(1)$
 $= 1 + 10 + 10 + 1$
 $= 22$
- $f(10) = 1 + f(5) + f(5) + f(0)$
 $= 1 + 10 + 10 + 1$
 $= 22$
- $f(11) = 1 + f(5) + f(5) + f(1)$

$$= 1 + 10 + 10 + 1$$

$$= 22$$

- $f(12) = 1 + f(6) + f(6) + f(0)$

$$= 1 + 10 + 10 + 1$$

$$= 22$$

- $f(13) = 1 + f(6) + f(6) + f(1)$

$$= 1 + 10 + 10 + 1$$

$$= 22$$

Jadi, banyak pemanggilan fungsi naon saat dilakukan pemanggilan naon(4, 13) adalah 22.

Jawaban: E. 22
