

SOLUSI SOAL-SOAL LATIHAN MATRIKS NASKAH A

A. PILIHAN GANDA:

1. Jika $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, maka nilai dari $a_{11} + a_{22} + a_{33} = \dots$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 6

Solusi: [C]

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = 1$$

$$\therefore a_{11} + a_{22} + a_{33} = 1 + 1 + 1 = 3$$

2. Diberikan bahwa $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$. Jika $A^2B = \begin{pmatrix} -28 & x & -132 \\ y & -56 & 257 \end{pmatrix}$, maka $x + y = \dots$

- A. 85 B. 55 C. 28 D. 3 E. 5

Solusi:

$$A^2B = \begin{pmatrix} -28 & x & -132 \\ y & 56 & 257 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -28 & x & -132 \\ y & 128 & -203 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -27 \\ 9 & 46 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -28 & x & -132 \\ y & 128 & -203 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -28 & 58 & -132 \\ 37 & -56 & 257 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -28 & x & -132 \\ y & -56 & 257 \end{pmatrix}$$

$$x = 58, y = 37$$

$$\therefore x + y = 58 + 37 = 85$$

3. Jika $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ q \end{pmatrix}$, nilai $p + q = \dots$

- A. 15 B. 10 C. 7 D. 5 E. 4

Solusi: [B]

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ q \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4p + 3 \\ 2p + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ q \end{pmatrix}$$

$$4p + 3 = 15 \Leftrightarrow p = 3$$

$$2p + 1 = q$$

$$q = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

$$p + q = 3 + 7 = 10$$

4. Jika $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 13 \\ 22 \end{pmatrix}$, maka nilai $10x - y = \dots$

- A. 15 B. 23 C. 30 D. 35 E. 43

Solusi: [D]

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 13 \\ 22 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{23} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 \\ 22 \end{pmatrix} = \frac{1}{23} \begin{pmatrix} 92 \\ 115 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\therefore 10x - y = 10 \cdot 4 - 5 = 35$$

5. Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $BA = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$, maka $|B| = \dots$

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5 E. 4

Solusi: [E]

$$BA = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 20 & -5 \\ 20 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|B| = 0 + 4 = 4$$

6. Diberikan matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} q & p \\ -7 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -2 & 3r \end{pmatrix}$. Jika $AB^T = C^T + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$,

maka nilai $p + q$ adalah ...

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2 E. -3

Solusi: [D]

$$AB^T = C^T + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q & -7 \\ p & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 6 & 3r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} p & 0 \\ -2q & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 3r - 1 \end{pmatrix}$$

$$p = 1, q = -3$$

$$p + q = 1 - 3 = -2$$

7. Diberikan titik-titik $A(6,5)$, $B(-3,4)$, dan $C(2,-9)$. Luas jajar genjang $ABCD$ adalah

- A. 61 B. 120 C. 122 D. 161 E. 244

Solusi: [C]

$$[ABCD] = 2 \times \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & -3 & 2 & 6 \\ 5 & 4 & -9 & 5 \end{vmatrix} = |24 + 27 + 10 - (-15 + 8 - 54)| = 61 + 61 = 122$$

8. Diberikan matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$. Jika $AQ = 2B + A$, maka matriks

$$Q^{-1} = \dots$$

- A. $-\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$ B. $\frac{1}{9} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ C. $\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ D. $\frac{1}{9} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$ E. $\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$

Solusi:

$$AQ = 2B + A$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} Q = 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Q = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 9 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 15 & 6 \\ 6 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$Q^{-1} = -\frac{1}{9} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$$

9. Jika matriks A memenuhi persamaan $A \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -20 \end{pmatrix}$, maka determinan matriks A adalah

....

- A. 6 B. 2 C. -1 D. -2 E. -4

Solusi: [E]

$$A \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -20 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -20 \end{pmatrix} \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 10 & -10 \\ 20 & -60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$$

$$|A| = -6 + 2 = -4$$

10. Jika matriks A memenuhi persamaan $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$, maka nilai ad adalah

- A. -288 B. -144 C. -108 D. 36 E. 88

Solusi: [A]

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 22 \\ -13 & 36 \end{pmatrix}$$

$$ad = -8 \times 36 = -288$$

11. Nilai dari $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -3 & 4 & 2 \\ 4 & -2 & -3 \end{vmatrix}$ adalah

- A. -53 B. -5 C. 189 D. 321 E. 342

Solusi: [A]

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -3 & 4 & 2 \\ 4 & -2 & -3 \end{vmatrix} = -24 - 24 + 24 - (64 - 8 - 27) = -53$$

12. Diberikan matriks-matriks $M = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$ dan $N = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$. Jika didefinisikan bahwa

$$f(M, N) = M^2 - N^2, \text{ maka } f(M + N, M - N) = \dots$$

- A. $\begin{pmatrix} 52 & -20 \\ -64 & 44 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 52 & 20 \\ -64 & 44 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 52 & 20 \\ 64 & -44 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 52 & 64 \\ -20 & 44 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 52 & -20 \\ 64 & 44 \end{pmatrix}$

Solusi: [E]

$$M + N = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(M + N)^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 16 \\ 32 & 33 \end{pmatrix}$$

$$M - N = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(M - N)^2 = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -35 & 36 \\ -36 & -11 \end{pmatrix}$$

$$f(M + N, M - N) = (M + N)^2 - (M - N)^2 = \begin{pmatrix} 17 & 16 \\ 32 & 33 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -35 & 36 \\ -36 & -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52 & -20 \\ 68 & 44 \end{pmatrix}$$

13. Jika I adalah matriks identitas ordo 2 yang memenuhi persamaan $\begin{pmatrix} -11 & 6 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} - qI$, nilai

$$p + q = \dots$$

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 E. 6

Solusi: [D]

$$\begin{pmatrix} -11 & 6 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} - qI$$

$$\begin{pmatrix} -11 & 6 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} - q \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3p - q & 2p \\ -2p & 2p - q \end{pmatrix}$$

$$2p = 6 \Leftrightarrow p = 3$$

$$2p - q = 4$$

$$2 \cdot 3 - q = 4$$

$$q = 2$$

$$p + q = 3 + 2 = 5$$

14. Diberikan matriks $B = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ dan $(B^{-1}A)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & -10 \end{pmatrix}$, maka determinan matriks A^{-1} adalah...

- A. 152 B. 87 C. 65 D. 22 E. 2

Solusi: [D]

$$(B^{-1}A)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & -10 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & -10 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & -10 \end{pmatrix} B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & -10 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -6 & -10 \\ 26 & 58 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 13 & 29 \end{pmatrix}$$

$$|A^{-1}| = -87 + 65 = -22$$

15. Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & x & -1 \\ x & 2 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, dengan $x \geq 0$ adalah matriks singular, maka nilai x adalah

- A. 8 B. 4 C. 2 D. 1 E. 0

Solusi: [E]

$$|A| = 4 - 3x + x - (6 - 2 + x^2) = 0$$

$$4 - 2x - 4 - x^2 = 0$$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = -2$$

Karena $x \geq 0$, maka $x = 0$

B. URAIAN

16. Nabila, Sekar, dan Frana membeli apel dan jeruk di toko buah “RENDY”. Nabila membeli 3 kg apel dan 5 kg jeruk seharga Rp300.000,00 dan Sekar membeli 2 kg apel dan 1 kg jeruk seharga Rp130.000,00. Jika Frana membeli 1 kg apel dan 1 kg jeruk dan ia membayar dengan selembar uang seratus ribuan, berapakah uang kembaliannya? (Gunakan Metode Matriks)

Solusi:

Misalnya harga 1 kg apel dan jeruk masing-masing x dan y rupiah.

$$3x + 5y = 300.000$$

$$2x + y = 130.000$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{3-10} \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 300.000 \\ 130.000 \end{pmatrix} = -\frac{1}{7} \begin{pmatrix} -350.000 \\ -210.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50.000 \\ 30.000 \end{pmatrix}$$

Jadi, uang kembaliannya Rp100.000,00 – (Rp50.000,00 + Rp30.000,00 = Rp20.000,00

17. Titik-titik (1,5), (-2,11), dan (-1,1) terletak pada parabola $y = ax^2 + bx + c$. Tentukan nilai abc (Gunakan Kaidah Cramer).

Solusi:

$$(1,5) \rightarrow 5 = a + b + c$$

$$(-2,11) \rightarrow 11 = 4a - 2b + c$$

$$(-1,1) \rightarrow 1 = a - b + c$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -2 + 1 - 4 - (-2 - 1 + 4) = -5 - 1 = -6$$

$$\Delta a = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 11 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -10 + 1 - 11 - (-2 - 5 + 11) = -20 - 4 = -24$$

$$\Delta b = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 4 & 11 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 11 + 5 + 4 - (11 + 1 + 20) = 20 - 32 = -12$$

$$\Delta c = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 4 & -2 & 11 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -2 + 11 - 20 - (-10 - 11 + 4) = -11 + 17 = 6$$

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta} = \frac{-24}{-6} = 4$$

$$b = \frac{\Delta b}{\Delta} = \frac{-12}{-6} = 2$$

$$c = \frac{\Delta c}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1$$

$$abc = 4 \cdot 2 \cdot (-1) = -8$$