Solusi Olimpiade Sains Tingkat Kabupaten/Kota 2016
Bidang Matematika

1. Jika a, b, c, d, e merupakan bilangan asli dengan $a < 2b, b < 3c, c < 4d, d < 5e$ dan $e < 100$, maka nilai maksimum dari a adalah ...
   Jawaban : 11847

$$
\begin{aligned}
e \leq 99 &\Longrightarrow d < 495 \\
d \leq 494 &\Longrightarrow c < 1976 \\
c \leq 1975 &\Longrightarrow b < 5925 \\
b \leq 5924 &\Longrightarrow a < 11848
\end{aligned}
$$

   Jadi, nilai maksimum a adalah 11847.

2. Rudi membuat bilangan asli dua digit. Probabilitas bahwa kedua digit bilangan tersebut merupakan bilangan prima dan bilangan tersebut bersisa 3 jika dibagi 7 adalah ...
   Jawaban : $\frac{1}{45}$
   Misalkan bilangan yang dibuat Rudi adalah $10a + b$. Diketahui bahwa

$$10a + b \equiv 3 \bmod 7 \quad \Leftrightarrow \quad 3a + b \equiv 3 \bmod 7$$

   karena $a, b \in \{2, 3, 5, 7\}$ maka tinggal dibagi kasus

   - $a = 2$, diperoleh $6 + b \equiv 3 \bmod 7 \quad \Leftrightarrow \quad b \equiv 4 \bmod 7$. Tidak ada nilai b yang memenuhi.
   - $a = 3$, diperoleh $9 + b \equiv 3 \bmod 7 \quad \Leftrightarrow \quad b \equiv 1 \bmod 7$. Tidak ada nilai b yang memenuhi.
   - $a = 5$, diperoleh $15 + b \equiv 3 \bmod 7 \quad \Leftrightarrow \quad b \equiv 2 \bmod 7$. Diperoleh $b = 2$.
   - $a = 7$, diperoleh $21 + b \equiv 3 \bmod 7 \quad \Leftrightarrow \quad b \equiv 3 \bmod 7$. Diperoleh $b = 3$.

   Jadi, ada dua bilangan yang memiliki sifat kedua digit penyusunnya berupa bilangan prima dan bilangan tersebut bersisa 3 jika dibagi 7 yaitu 52 dan 73. Sehingga peluangnya adalah $\frac{2}{90} = \frac{1}{45}$.

3. Pada segitiga ABC, titik M terletak pada BC sehingga $AB = 7, AM = 3, BM = 5$ dan $MC = 6$. Panjang AC adalah ...
   Jawaban : $3\sqrt{3}$
   Dengan dalil Stewart diperoleh

$$
\begin{aligned}
& AB^2 \times MC + AC^2 \times BM = AM^2 \times BC + BC \times BM \times MC \\
\Leftrightarrow\ & 49 \times 6 + AC^2 \times 5 = 9 \times 11 + 11 \times 5 \times 6 \\
\Leftrightarrow\ & 5AC^2 = 135 \\
\Leftrightarrow\ & AC = 3\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

4. Diberikan a dan b bilangan real dengan $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 20$. Nilai maksimum dari $a - 5b$ adalah ...

   Jawaban : 500

   $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 20 \Longrightarrow a = b + 40\sqrt{b} + 400$, sehingga

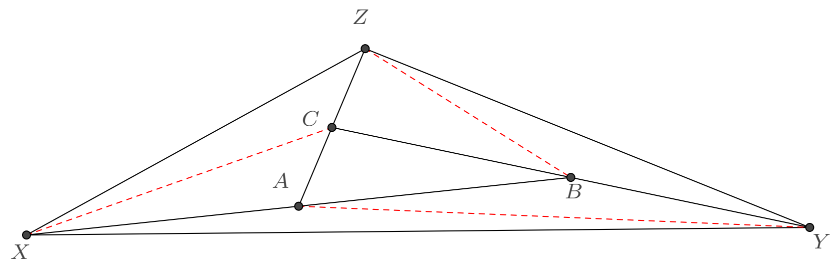
$$a - 5b = b + 40\sqrt{b} + 400 - 5b = -4(\sqrt{b} - 5)^2 + 500$$

   Oleh karena itu, nilai maksimum dari $a - 5b$ adalah 500, dicapai ketika $a = 625$ dan $b = 25$.

5. Pada segitiga ABC, titik X, Y dan Z berturut-turut terletak pada sinar BA, CB dan AC sehingga $BX = 2BA, CY = 2CB$ dan $AZ = 2AC$. Jika luas $\triangle ABC$ adalah 1, maka luas $\triangle XYZ$ adalah ...

   Jawaban : 7

   Perhatikan gambar berikut!



   Kita punya

$$[ABC] = [ABY] = [AXY]$$
$$[ABC] = [BCZ] = [BZY]$$
$$[ABC] = [ACX] = [CZX]$$

   Sehingga $[XYZ] = 7[ABC] = 7$.

6. Banyaknya bilangan asli n yang memenuhi sifat hasil jumlah n dan suatu pembagi positif n yang kurang dari n sama dengan 2016 adalah ...

   Jawaban : 34

   Misalkan $a < n$ adalah faktor positif dari n sehingga $a + n = 2016$. Perhatikan bahwa a membagi 2016. Sehingga a adalah faktor positif dari 2016. Karena $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$ maka faktor positif dari 2016 ada sebanyak $6 \times 3 \times 2 = 36$. Dan karena $n = 2016 - a \geq 1$ serta $a < n$ maka $a \neq 2016$ dan $a \neq 1008$. Sehingga banyaknya bilangan asli n yang memenuhi ada $36 - 2 = 34$.

7. Misalkan a adalah bilangan real sehingga polinomial $p(x) = x^4 + 4x + a$ habis dibagi oleh $(x - c)^2$ untuk suatu bilangan real c. Nilai a yang memenuhi adalah ...

   Jawaban : $a = 3$

   Jelas $c \neq 0$. Karena $(x - c)^2$ faktor dari $p(x)$ maka diperoleh

$$x^4 + 4x + a = (x^2 - 2cx + c^2)\left(x^2 + bx + \frac{a}{c^2}\right)$$

dengan menjabarkan ruas kanan diperoleh

$$x^4 + 4x + a = x^4 + (b - 2c)x^3 + \left(\frac{a}{c^2} - 2bc + c^2\right)x^2 + \left(bc^2 - \frac{2a}{c}\right)x + a$$

Oleh karena itu,

$$\begin{aligned} b - 2c = 0 &\Longrightarrow b = 2c \\ \frac{a}{c^2} - 2bc + c^2 = 0 &\Longrightarrow a = 3c^4 \\ bc^2 - \frac{2a}{c} = 4 &\Longrightarrow c^3 = -1 \Longrightarrow c = -1 \end{aligned}$$

sehingga $a = 3c^4 = 3$.

8. Anak laki-laki dan anak perempuan yang berjumlah 48 orang duduk melingkar secara acak. Banyaknya minimum anak perempuan sehingga pasti ada enam anak perempuan yang duduk berdekatan tanpa diselingi anak laki-laki adalah ...

   Jawaban : 41

   Misalkan n menyatakan jumlah anak laki-laki dan misalkan pula tempat duduk diantara dua laki-laki yang berdekatan kita sebut sebagai ruang. Jika $n \geq 8$ maka ada minimal 8 ruang yang bisa ditempati oleh anak perempuan. Sementara itu, jumlah anak perempuan maksimal ada 40. Jadi, kita dapat mengatur anak perempuan tersebut ke dalam ruang-ruang sehingga tiap ruang maksimal ada 5 anak perempuan.

   Jika $n = 7$ maka ada 7 ruang yang bisa ditempati oleh 41 anak perempuan. Berdasarkan PHP pasti ada setidaknya satu ruang yang ditempati oleh setidaknya 6 anak perempuan.

   Jadi, jumlah anak perempuan minimum ada 41.

9. Misalkan (a, b, c, d, e, f) adalah sebarang pengurutan dari $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$. Banyaknya pengurutan sehingga $a + c + e > b + d + f$ adalah ...

   Jawaban : 360

   Karena $1+2+3+4+5+6 = 21$, dan $a+c+e > b+d+f$ maka $6 \leq b+d+f \leq 10$. WLOG $a < c < e$ dan $b < d < f$.

   - Jika $b + d + f = 6$ maka $(b, d, f) = (1, 2, 3)$ dan $(a, c, e) = (4, 5, 6)$.
   - Jika $b + d + f = 7$ maka $(b, d, f) = (1, 2, 4)$ dan $(a, c, e) = (3, 5, 6)$.
   - Jika $b + d + f = 8$ maka
     - $(b, d, f) = (1, 2, 5)$ dan $(a, c, e) = (3, 4, 6)$,
     - $(b, d, f) = (1, 3, 4)$ dan $(a, c, e) = (2, 5, 6)$
   - Jika $b + d + f = 9$ maka
     - $(b, d, f) = (1, 2, 6)$ dan $(a, c, e) = (3, 4, 5)$,
     - $(b, d, f) = (1, 3, 5)$ dan $(a, c, e) = (2, 4, 6)$,
     - $(b, d, f) = (2, 3, 4)$ dan $(a, c, e) = (1, 5, 6)$
   - Jika $b + d + f = 10$ maka

- $(b, d, f) = (1, 3, 6)$ dan $(a, c, e) = (2, 4, 5)$,
- $(b, d, f) = (1, 4, 5)$ dan $(a, c, e) = (2, 3, 6)$,
- $(b, d, f) = (2, 3, 5)$ dan $(a, c, e) = (1, 4, 6)$

Jadi, pasangan (a, b, c, d, e, f) yang memenuhi ada sebanyak $10 \times 3! \times 3! = 360$.

10. Misalkan $n_1, n_2, n_3, \cdots$ bilangan-bilangan asli yang membentuk barisan aritmatika. Banyaknya nilai di himpunan $\{1, 2, 3, \cdots, 1000\}$ yang mungkin menjadi nilai $n_{n_2} - n_{n_1}$ adalah ...

Jawaban : 31

Misalkan $n_1 = a$ dan beda barisan aritmatika tersebut adalah b dengan $a, b > 0$.

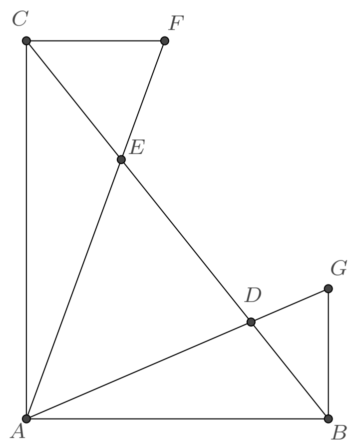
$$n_{n_2} - n_{n_1} = n_{a+b} - n_a = a + (a + b - 1)b - (a + (a - 1)b) = b^2$$

karena $31^2 < 1000 < 32^2$ maka banyaknya nilai yang mungkin dari $n_{n_2} - n_{n_1}$ adalah 31.

11. Segitiga ABC mempunyai panjang sisi $AB = 20, AC = 21$ dan $BC = 29$. Titik D dan E terletak pada segmen garis BC, dengan $BD = 8$ dan $EC = 9$. Besar $\angle DAE$ adalah ... derajat.

Jawaban : $45°$

Buat garis melalui B sejajar AC yang memotong perpanjangan AD di G. Demikian pula, buat garis melalui C sejajar AB yang memotong perpanjangan AE di F, seperti gambar berikut



Dengan memanfaatkan kesebangunan antara $\triangle BDG$ dan $\triangle ADC$ diperoleh $BG = \frac{8}{21} \times 21 = 8$. Dengan cara serupa diperoleh pula $CF = 9$. Misalkan $\angle CAF = \beta$ dan $\angle BAG = \alpha$. Maka diperoleh

$$\tan \alpha = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} \quad \text{dan} \quad \tan \beta = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

sehingga didapat

$$\begin{aligned}\tan\angle DAE &= \tan(90-(\alpha+\beta))\\ &= \cot(\alpha+\beta))\\ &= \frac{1}{\tan(\alpha+\beta))}\\ &= \frac{1-\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha+\tan\beta}\\ &= \frac{1-\frac{2}{5}\times\frac{3}{7}}{\frac{2}{5}+\frac{3}{7}}\\ &= \frac{35-6}{14+15}=1\end{aligned}$$

Jadi, $\angle DAE = 45^\circ$.

Alternatif solusi (Kredit to Pak Eddy) : Perhatikan bahwa $\triangle ABE$ dan $\triangle ADC$ adalah segitiga samakaki. Dengan mengingat bahwa $\angle ABC + \angle BCA = 90^\circ$, diperoleh

$$\begin{aligned}\angle DAE &= \angle BAE + \angle CAD - 90^\circ\\ &= \frac{180^\circ-\angle ABC}{2}+\frac{180^\circ-\angle BCA}{2}-90^\circ\\ &= \frac{360^\circ-\angle ABC-\angle BCA}{2}-90^\circ\\ &= 135^\circ-90^\circ\\ &= 45^\circ\end{aligned}$$

12. Bilangan real t sehingga terdapat dengan tunggal tripel bilangan real (x, y, z) yang memenuhi $x^2 + 2y^2 = 3z$ dan $x + y + z = t$ adalah ...

Jawaban : $t = -\frac{9}{8}$

$$3t = 3x+3y+3z = 3x+3y+x^2+2y^2 = \left(x+\frac{3}{2}\right)^2+2\left(y+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{27}{8}$$

Agar memiliki penyelesaian tunggal maka haruslah $3t = -\frac{27}{8} \quad\Leftrightarrow\quad t = -\frac{9}{8}$

13. Palindrom adalah bilangan yang sama dibaca dari depan atau dari belakang. Sebagai contoh 12321 dan 32223 merupakan palindrom. Palindrom 5 digit terbesar yang habis dibagi 303 adalah ...

Jawaban : 47874

Misalkan palindrom lima digit tersebut adalah $n = \overline{abcba} = 10001a + 1010b + 100c$. Karena habis dibagi $303 = 3 \times 101$ maka

$$n = 10001a + 1010b + 100c \equiv 2a - c \equiv 0 \bmod 101$$

dan

$$n = 10001a + 1010b + 100c \equiv 2a + 2b + c \equiv 0 \bmod 3$$

karena $2a - c \equiv 0 \mod 101$ dan $-9 \le 2a - c \le 18$ maka $2a - c = 0 \Longrightarrow c = 2a$. Agar n maksimal pilih $a = 4$. Akibatnya

$$2a + 2b + c \equiv 0 \mod 3 \quad \Leftrightarrow \quad 16 + 2b \equiv 0 \mod 3 \quad \Leftrightarrow \quad b \equiv 1 \mod 3$$

maka nilai b terbesar adalah $b = 7$. Jadi, $n = 47874$.

14. Diberikan barisan $\{a_n\}$ dan $\{b_n\}$ dengan $a_n = \dfrac{1}{n\sqrt{n}}$ dan $b_n = \dfrac{1}{\left(1+\frac{1}{n}\right) + \sqrt{1+\frac{1}{n}}}$ untuk setiap bilangan asli n. Misalkan $S_n = a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n$. Banyaknya bilangan asli n dengan $n \le 2016$ sehingga S_n merupakan bilangan rasional adalah ...

    Jawaban : 43

    Perhatikan bahwa

$$\begin{aligned} a_kb_k &= \frac{1}{k\sqrt{k}} \times \frac{1}{\left(1+\frac{1}{k}\right) + \sqrt{1+\frac{1}{k}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{k}(k+1) + k\sqrt{k+1}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}} \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}} \end{aligned}$$

    sehingga

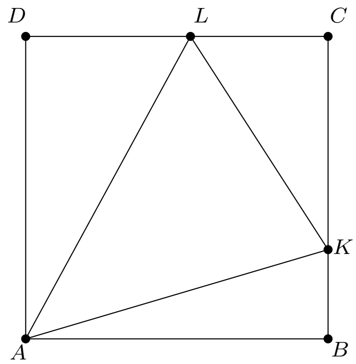
$$S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

    Agar S_n bernilai rasional maka $n+1$ harus berupa bilangan kuadrat. Mengingat $2 \le n+1 \le 2017$, dan $44^2 < 2017 < 45^2$, maka nilai n yang mungkin ada sebanyak 43.

15. Diberikan persegi $ABCD$ dengan panjang sisi 1. Titik K dan L berturut-turut terletak pada segmen garis BC dan DC sehingga keliling dari $\triangle KCL$ adalah 2. Luas minimum dari $\triangle AKL$ adalah ...

    Jawaban : $\sqrt{2} - 1$

    Perhatikan gambar berikut!



Misalkan $CK = a$ dan $CL = b$ dengan $0 < a, b < 1$. Karena keliling $\triangle KCL = 2$ diperoleh

$$a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad a + b + \sqrt{(a+b)^2 - 2ab} = 2$$

misalkan $a + b = x$ dan $ab = y$ dengan $0 < x < 2$ dan $0 < y < 1$ diperoleh

$$x + \sqrt{x^2 - 2y} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 2y = 4 - 4x + x^2 \quad \Leftrightarrow \quad y = 2x - 2$$

Selain itu berdasarkan AM-GM diperoleh pula $a + b \geq 2\sqrt{ab} \quad \Leftrightarrow \quad x \geq 2\sqrt{y}$. Yang berakibat

$$x \geq 2\sqrt{2x - 2} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 8x + 8 \geq 0$$

sehingga $x \leq 4 - 2\sqrt{2}$ atau $x \geq 4 + 2\sqrt{2}$. Akan tetapi, karena $x < 2$ maka diperoleh $x \leq 4 - 2\sqrt{2}$.

Di lain pihak

$$\begin{aligned}
[AKL] &= 1 - [ABK] - [KCL] - [ADL] \\
&= 1 - \frac{1}{2}(1-a) - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}(1-b) \\
&= \frac{1}{2}(a + b - ab) \\
&= \frac{1}{2}(x - y) \\
&= \frac{1}{2}(2 - x) \geq \frac{1}{2}(2 - (4 - 2\sqrt{2})) = \sqrt{2} - 1
\end{aligned}$$

Jadi, luas $\triangle AKL$ minimal adalah $\sqrt{2} - 1$ yang dicapai saat $a = b = 2 - \sqrt{2}$.

16. Banyaknya pasangan terurut bilangan asli (a, b, c) dengan $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ sehingga

$$\max\{a, b, c\} < 2 \min\{a, b, c\}$$

adalah ...

Jawaban : 35

WLOG $a \leq b \leq c$, maka diperoleh $c < 2a$.

(a) Jika $a = 1$ maka $c = 1$ dan $b = 1$, maka diperoleh pasangan $(1, 1, 1)$.

(b) Jika $a = 2$ maka
- $c = 2$ dan $b = 2$, diperoleh pasangan $(2, 2, 2)$
- $c = 3$ dan $b = 2, 3$, diperoleh pasangan $(2, 2, 3)$ dan $(2, 3, 3)$ ada sebanyak $2 \times 3 = 6$ pasangan.

(c) Jika $a = 3$ maka
- $c = 3$ dan $b = 3$, diperoleh pasangan $(3, 3, 3)$
- $c = 4$ dan $b = 3, 4$, diperoleh pasangan $(3, 3, 4)$ dan $(3, 4, 4)$ ada sebanyak $2 \times 3 = 6$ pasangan.
- $c = 5$ dan $b = 3, 4, 5$, diperoleh pasangan $(3, 3, 5), (3, 4, 5)$ dan $(3, 5, 5)$ ada sebanyak $3 + 6 + 3 = 12$ pasangan.

(d) Jika $a = 4$ maka
- $c = 4$ dan $b = 4$, diperoleh pasangan $(4, 4, 4)$
- $c = 5$ dan $b = 4, 5$, diperoleh pasangan $(4, 4, 5)$ dan $(4, 5, 5)$ ada sebanyak $2 \times 3 = 6$ pasangan.

(e) Jika $a = 5$ maka $c = 5$ dan $b = 5$, maka diperoleh pasangan $(5, 5, 5)$.

Jadi, total ada $1 + 7 + 19 + 7 + 1 = 35$ pasangan.

17. Banyaknya bilangan asli $n \in \{1, 2, 3, \cdots, 1000\}$ sehingga terdapat bilangan real positif x yang memenuhi $x^2 + \lfloor x \rfloor^2 = n$ adalah ...

Jawaban : 516

Perhatikan bahwa $x^2 = n - \lfloor x \rfloor^2$ sehingga x^2 adalah bilangan bulat positif. Oleh karena itu, $x = \sqrt{a}$ untuk suatu bilangan a bulat positif. Misalkan $a = k^2 + m$ dengan $0 \leq m \leq 2k$, maka diperoleh

$$n = k^2 + m + k^2 = 2k^2 + m$$

Untuk $k = 1, 2, 3, \cdots, 21$ maka nilai n yang mungkin ada sebanyak

$$\sum_{k=1}^{21} (2k + 1) = 483$$

Sedangkan untuk $k = 22$ perlu diperhatikan bahwa nilai m yang mungkin hanya $m = 0, 1, 2, 3, \cdots, 32$. Jadi ada 33 nilai n yang mungkin.

Untuk $k \geq 23$ akan berakibat $n > 1000$.

Jadi, total banyaknya kemungkinan nilai n adalah $483 + 33 = 516$.

18. Misalkan x, y, z bilangan real positif yang memenuhi

$$3 \log_x(3y) = 3 \log_{3x}(27z) = \log_{3x^4}(81yz) \neq 0$$

Nilai dari x^5y^4z adalah ...

Jawaban : $\frac{1}{3^8}$

Misalkan

$$3 \log_x(3y) = 3 \log_{3x}(27z) = \log_{3x^4}(81yz) = k$$

Berdasarkan definisi fungsi logaritma diperoleh

$$\log_x(3y) = \frac{k}{3} \Longrightarrow 3y = x^{\frac{k}{3}} \Longrightarrow x^k = 3^3y^3 \text{...........(1)}$$
$$\log_{3x}(27z) = \frac{k}{3} \Longrightarrow 27z = (3x)^{\frac{k}{3}} \Longrightarrow (3x)^k = 3^9z^3 \text{...........(2)}$$
$$\log_{3x^4}(81yz) = k \Longrightarrow 81yz = (3x^4)^k \text{..........(3)}$$

Sehingga diperoleh

$$\frac{x^k \cdot 3^k \cdot x^k}{3^k \cdot x^{4k}} = \frac{3^3y^3 \cdot 3^9z^3}{3^4yz} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{x^{2k}} = 3^8y^2z^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^k = \frac{1}{3^4yz}$$

Dari pers.(1) diperoleh

$$\frac{1}{3^4yz} = 27y^3 \Longrightarrow y^4z = \frac{1}{3^7}$$

Dari pers.(3) diperoleh

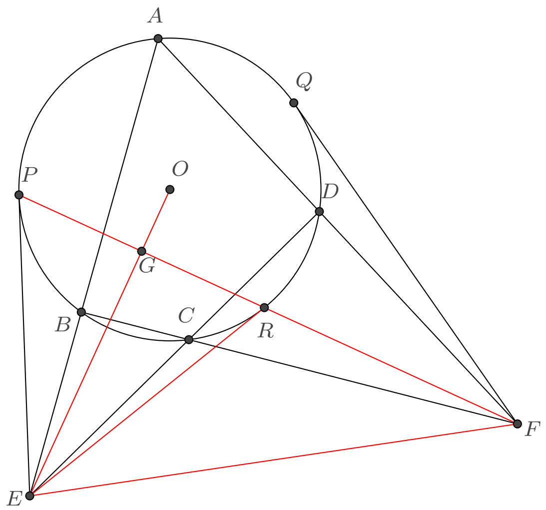
$$(3x^4)^k = \left(\frac{1}{x}\right)^k \Longrightarrow 3x^4 = \frac{1}{x} \Longrightarrow x^5 = \frac{1}{3}$$

Jadi, $x^5y^4z = \dfrac{1}{3^8}$

19. Diberikan empat titik pada satu lingkaran Γ dalam urutan A, B, C, D. Sinar garis AB dan DC berpotongan di E, dan sinar garis AD dan BC berpotongan di F. Misalkan EP dan FQ menyinggung lingkaran Γ berturut-turut di P dan Q. Misalkan pula bahwa $EP = 60$ dan $FQ = 63$, maka panjang EF adalah ...

Jawaban : 87

Misalkan ER adalah garis singgung (lain) yang ditarik dari titik E. Misalkan O adalah pusat lingkaran Γ, dan G perpotongan antara EO dan PR, seperti terlihat pada gambar berikut

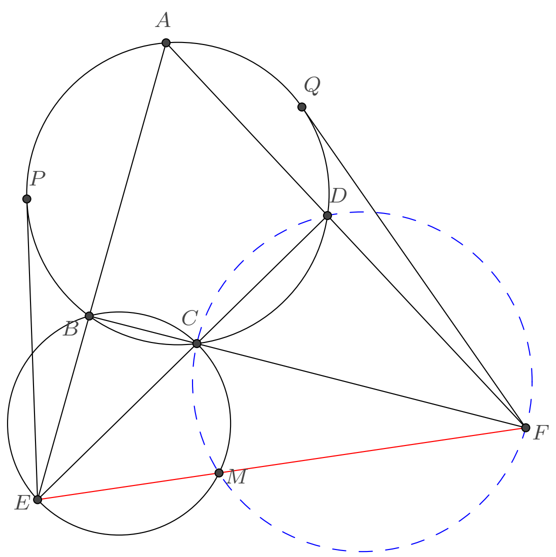


Jelas bahwa $PG = GR$. Perhatikan pula bahwa P, R, F segaris. Hal ini karena PR adalah polar dari E, sementara itu F juga terletak pada polar E.

Selanjutnya dengan dalil phytagoras pada $\triangle EPG$ dan $\triangle EFG$ diperoleh

$$\begin{aligned}
& EP^2 - PG^2 = EF^2 - FG^2 \\
\Leftrightarrow\ & EP^2 - PG^2 = EF^2 - (GR + RF)^2 \\
\Leftrightarrow\ & EP^2 - PG^2 = EF^2 - (PG + RF)^2 \\
\Leftrightarrow\ & EP^2 - PG^2 = EF^2 - PG^2 - 2 \times PG \times RF - RF^2 \\
\Leftrightarrow\ & EP^2 = EF^2 - RF(2 \times PG + RF) \\
\Leftrightarrow\ & EP^2 = EF^2 - RF \times PF) \\
\Leftrightarrow\ & EP^2 = EF^2 - FQ^2 \\
\Leftrightarrow\ & EF = \sqrt{60^2 + 63^2} = 87
\end{aligned}$$

Alternatif solusi (Kredit to Pak Eddy) : Misalkan lingkaran luar $\triangle EBC$ memotong (lagi) EF di M.



Berdasarkan teorema Miquel, maka $FDCM$ adalah segiempat talibusur. Oleh karena itu, dengan *power of the point* diperoleh

$$FM \times FE = FC \times FB = FQ^2$$

dan

$$EM \times EF = EC \times ED = EP^2$$

Dengan menjumlahkam kedua persamaan di atas didapatkan

$$\begin{aligned} FM \times FE + EM \times EF &= FQ^2 + EP^2 \\ EF(FM + ME) &= FQ^2 + EP^2 \\ EF^2 &= FQ^2 + EP^2 \\ EF &= \sqrt{FQ^2 + EP^2} \\ EF &= \sqrt{63^2 + 60^2} = 87 \end{aligned}$$

20. Pada sebuah bidang datar, terdapat 16 garis berbeda dan n titik potong berbeda. Nilai minimal n sehingga dapat dipastikan terdapat 3 kelompok garis yang masing-masing memuat garis-garis berbeda yang saling sejajar adalah ...

Disusun oleh : Tutur Widodo
Apabila ada saran, kritik maupun masukan
silakan kirim via email ke
tutur.w87@gmail.com
Website :
http://www.tuturwidodo.com
http://www.pintarmatematika.net