

Soal Olimpiade Sains Tingkat Kabupaten/Kota 2016
Bidang Matematika
Waktu: 120 menit

Petunjuk : Untuk masing-masing soal tulis jawab akhirnya saja (tanpa penjabaran) di lembar jawab yang disediakan.

1. Jika a, b, c, d, e merupakan bilangan asli dengan $a < 2b, b < 3c, c < 4d, d < 5e$ dan $e < 100$, maka nilai maksimum dari a adalah ...
2. Rudi membuat bilangan asli dua digit. Probabilitas bahwa kedua digit bilangan tersebut merupakan bilangan prima dan bilangan tersebut bersisa 3 jika dibagi 7 adalah ...
3. Pada segitiga ABC , titik M terletak pada BC sehingga $AB = 7, AM = 3, BM = 5$ dan $MC = 6$. Panjang AC adalah ...
4. Diberikan a dan b bilangan real dengan $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 20$. Nilai maksimum dari $a - 5b$ adalah ...
5. Pada segitiga ABC , titik X, Y dan Z berturut-turut terletak pada sinar BA, CB dan AC sehingga $BX = 2BA, CY = 2CB$ dan $AZ = 2AC$. Jika luas $\triangle ABC$ adalah 1, maka luas $\triangle XYZ$ adalah ...
6. Banyaknya bilangan asli n yang memenuhi sifat hasil jumlah n dan suatu pembagi positif n yang kurang dari n sama dengan 2016 adalah ...
7. Misalkan a adalah bilangan real sehingga polinomial $p(x) = x^4 + 4x + a$ habis dibagi oleh $(x - c)^2$ untuk suatu bilangan real c . Nilai a yang memenuhi adalah ...
8. Anak laki-laki dan anak perempuan yang berjumlah 48 orang duduk melingkar secara acak. Banyaknya minimum anak perempuan sehingga pasti ada enam anak perempuan yang duduk berdekatan tanpa diselingi anak laki-laki adalah ...
9. Misalkan (a, b, c, d, e, f) adalah sebarang pengurutan dari $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$. Banyaknya pengurutan sehingga $a + c + e > b + d + f$ adalah ...
10. Misalkan n_1, n_2, n_3, \dots bilangan-bilangan asli yang membentuk barisan aritmatika. Banyaknya nilai di himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ yang mungkin menjadi nilai $n_{n_2} - n_{n_1}$ adalah ...
11. Segitiga ABC mempunyai panjang sisi $AB = 20, AC = 21$ dan $BC = 29$. Titik D dan E terletak pada segmen garis BC , dengan $BD = 8$ dan $EC = 9$. Besar $\angle DAE$ adalah ... derajat.
12. Bilangan real t sehingga terdapat dengan tunggal tripel bilangan real (x, y, z) yang memenuhi $x^2 + 2y^2 = 3z$ dan $x + y + z = t$ adalah ...

13. Palindrom adalah bilangan yang sama dibaca dari depan atau dari belakang. Sebagai contoh 12321 dan 32223 merupakan palindrom. Palindrom 5 digit terbesar yang habis dibagi 303 adalah ...
14. Diberikan barisan $\{a_n\}$ dan $\{b_n\}$ dengan $a_n = \frac{1}{n\sqrt{n}}$ dan $b_n = \frac{1}{(1 + \frac{1}{n}) + \sqrt{1 + \frac{1}{n}}}$ untuk setiap bilangan asli n . Misalkan $S_n = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$. Banyaknya bilangan asli n dengan $n \leq 2016$ sehingga S_n merupakan bilangan rasional adalah ...
15. Diberikan persegi $ABCD$ dengan panjang sisi 1. Titik K dan L berturut-turut terletak pada segmen garis BC dan DC sehingga keliling dari $\triangle KCL$ adalah 2. Luas minimum dari $\triangle AKL$ adalah ...
16. Banyaknya pasangan terurut bilangan asli (a, b, c) dengan $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ sehingga

$$\max\{a, b, c\} < 2 \min\{a, b, c\}$$

adalah ...

17. Banyaknya bilangan asli $n \in \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ sehingga terdapat bilangan real positif x yang memenuhi $x^2 + \lfloor x \rfloor^2 = n$ adalah ...
18. Misalkan x, y, z bilangan real positif yang memenuhi

$$3 \log_x(3y) = 3 \log_{3x}(27z) = \log_{3x^4}(81yz) \neq 0$$

Nilai dari x^5y^4z adalah ...

19. Diberikan empat titik pada satu lingkaran Γ dalam urutan A, B, C, D . Sinar garis AB dan DC berpotongan di E , dan sinar garis AD dan BC berpotongan di F . Misalkan EP dan FQ menyinggung lingkaran Γ berturut-turut di P dan Q . Misalkan pula bahwa $EP = 60$ dan $FQ = 63$, maka panjang EF adalah ...
20. Pada sebuah bidang datar, terdapat 16 garis berbeda dan n titik potong berbeda. Nilai minimal n sehingga dapat dipastikan terdapat 3 kelompok garis yang masing-masing memuat garis-garis berbeda yang saling sejajar adalah ...

Ditulis ulang oleh : Tutur Widodo

Apabila ada saran, kritik maupun masukan
silakan kirim via email ke

tutur.w87@gmail.com

Website :

<http://www.tuturwido.com>

<http://www.pintarmatematika.net>