



SELEKSI OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2005
TINGKAT PROVINSI

Bidang Matematika

Bagian Pertama

Waktu : 90 Menit



DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH UMUM
TAHUN 2004

SELEKSI AWAL CALON ANGGOTA
TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2005

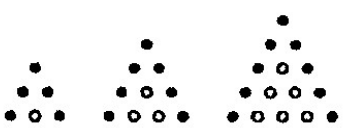
BAGIAN PERTAMA

Petunjuk untuk peserta :

1. Tes bagian pertama ini terdiri dari 20 soal. Waktu yang disediakan adalah 90 menit.
2. Tuliskan nama, asal sekolah, kelas dan tanda tangan Anda pada lembar jawaban.
3. Beberapa pertanyaan dapat memiliki lebih dari satu jawaban yang benar. Anda diminta memberikan jawaban yang paling **tepat** atau **persis** untuk pertanyaan seperti ini. **Nilai hanya akan diberikan kepada pemberi jawaban paling tepat atau paling persis.**
4. Tuliskan hanya jawaban dari pertanyaan yang diberikan. Tuliskan jawaban tersebut pada kotak di sebelah kanan setiap soal.
5. Jawaban hendaknya Anda tuliskan dengan menggunakan tinta, bukan pensil.
6. Setiap soal bernilai 1 (satu) angka.
7. Selama tes, Anda tidak diperkenankan menggunakan buku, catatan dan alat bantu hitung. Anda juga tidak diperkenankan bekerja sama.
8. Mulailah bekerja hanya setelah pengawas memberi tanda dan berhentilah bekerja segera setelah pengawas memberi tanda.
9. Selamat bekerja.

OLIMPIADE MATEMATIKA TINGKAT PROVINSI TAHUN 2004

BAGIAN PERTAMA

1. Misalkan x dan y adalah bilangan real tak nol. Jika $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 10$ dan $x + y = 40$, berapakah xy ?
2. Sebotol sirup bisa digunakan untuk membuat 60 gelas minuman jika dilarutkan dalam air dengan perbandingan 1 bagian sirup untuk 4 bagian air. Berapa gelas minuman yang diperoleh dari sebotol sirup jika perbandingan larutan adalah 1 bagian sirup untuk 5 bagian air ?
3. Penduduk Jawa Tengah adalah 25 % dari penduduk pulau Jawa dan 15 % dari penduduk Indonesia. Berapa persen penduduk Indonesia yang tinggal di luar pulau Jawa ?
4. Ketika menghitung volume sebuah tabung, Dina melakukan kesalahan. Ia memasukkan diameter alas ke dalam rumus volume tabung, padahal seharusnya jari-jari alas yang dimasukkan. Berapakah rasio hasil perhitungan Dinas terhadap hasil yang seharusnya ?
5. Tiga lingkaran melalui titik pusat koordinat $(0, 0)$. Pusat lingkaran pertama terletak di kuadran I, pusat lingkaran kedua berada di kuadran II dan pusat lingkaran ketiga berada pada kuadran III. Jika P adalah sebuah titik yang berada di dalam ketiga lingkaran tersebut, di kuadran manakah titik ini berada ?
6.  Diberikan berturut-turut (dari kiri ke kanan) gambar-gambar pertama, kedua dan ketiga dari suatu barisan gambar. Berapakah banyaknya bulatan hitam pada gambar ke- n ?
7. Diberikan segitiga ABC dengan perbandingan panjang sisi $AC : CB = 3 : 4$. Garis bagi sudut luar C memotong perpanjangan BA di P (titik A terletak di antara titik-titik P dan B). Tentukan perbandingan panjang $PA : AB$.
8. Berapakah banyaknya barisan bilangan bulat tak negatif (x, y, z) yang memenuhi persamaan $x + y + z = 99$?
9. Tentukan himpunan semua bilangan asli n sehingga $n(n - 1)(2n - 1)$ habis dibagi 6.
10. Tentukan semua bilangan real x yang memenuhi $x^2 < |2x - 8|$.
11. Dari antara 6 buah kartu bernomor 1 sampai 6 diambil dua kartu secara acak. Berapakah peluang terambilnya dua kartu yang jumlah nomornya adalah 6 ?

12. Pada sebuah trapesium dengan tinggi 4, kedua diagonalnya saling tegak lurus. Jika salah satu dari diagonal tersebut panjangnya 5, berapakah luas trapesium tersebut ?
13. Tentukan nilai dari $\left(1 - \frac{2}{3}\right)\left(1 - \frac{2}{5}\right)\left(1 - \frac{2}{7}\right)\cdots\left(1 - \frac{2}{2005}\right)$.
14. Santi dan Tini berlari sepanjang sebuah lintasan yang berbentuk lingkaran. Keduanya mulai berlari pada saat yang sama dari titik P, tetapi mengambil arah berlawanan. Santi berlari $1\frac{1}{2}$ kali lebih cepat daripada Tini. Jika PQ adalah garis tengah lingkaran lintasan dan keduanya berpapasan untuk pertama kalinya di titik R, berapa derajatkah besar $\angle RPQ$?
15. Pada sisi-sisi SU, TS dan UT dari $\triangle STU$ dipilih titik-titik P, Q dan R berturut-turut sehingga $SP = \frac{1}{4}SU$, $TQ = \frac{1}{2}TS$ dan $UR = \frac{1}{3}UT$. Jika luas segitiga STU adalah 1, berapakah luas segitiga PQR ?
16. Dua bilangan real x, y memenuhi $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$. Berapakah nilai $x + y$?
17. Berapakah banyak minimal titik yang harus diambil dari sebuah persegi dengan panjang sisi 2, agar dapat dijamin senantiasa terambil dua titik yang jarak antara keduanya tidak lebih dari $\frac{1}{2}\sqrt{2}$?
18. Misalkan f sebuah fungsi yang memenuhi $f(x)f(y) - f(xy) = x + y$, untuk setiap bilangan bulat x dan y. Berapakah nilai $f(2004)$?
19. Notasi $\text{fpb}(a, b)$ menyatakan *faktor persekutuan terbesar* dari bilangan bulat a dan b. Tiga bilangan asli $a_1 < a_2 < a_3$ memenuhi $\text{fpb}(a_1, a_2, a_3) = 1$, tetapi $\text{fpb}(a_i, a_j) > 1$ jika $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3$. Tentukan (a_1, a_2, a_3) agar $a_1 + a_2 + a_3$ minimal.
20. Dedefinisikan $a \circ b = a + b + ab$, untuk semua bilangan bulat a, b. Kita katakan bahwa bilangan bulat a adalah *faktor* dari bilangan bulat c bilamana terdapat bilangan bulat b yang memenuhi $a \circ b = c$. Tentukan semua faktor positif dari 67.

LEMBAR JAWABAN

OLIMPIADE MATEMATIKA TINGKAT PROVINSI TAHUN 2004

BAGIAN PERTAMA

Nama :
Kelas :

Asal Sekolah :
Tanda Tangan :

BAGIAN PERTAMA

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.

11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.



SELEKSI OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2005
TINGKAT PROVINSI

Bidang Matematika

Bagian Kedua

Waktu : 120 Menit



DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH UMUM
TAHUN 2004

SELEKSI AWAL CALON ANGGOTA
TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2005

BAGIAN KEDUA

Petunjuk untuk peserta :

1. Tes Bagian kedua ini terdiri dari 5 soal. Waktu yang disediakan adalah 120 menit. Setiap soal bernilai 7 (tujuh) angka.
2. Tuliskan nama dan asal sekolah Anda di sebelah kanan atas pada setiap halaman jawaban.
3. Anda diminta menyelesaikan soal yang diberikan secara lengkap. Selain jawaban akhir, Anda diminta menuliskan semua langkah dan argumentasi yang Anda gunakan untuk sampai kepada jawaban akhir tersebut.
4. Jika halaman muka tidak cukup, gunakan halaman di baliknya.
5. Bekerjalah dengan cermat dan rapi.
6. Jawaban hendaknya Anda tuliskan dengan menggunakan tinta, bukan pensil. Anda boleh menggunakan pensil untuk gambar.
7. Selama tes, Anda tidak diperkenankan menggunakan buku, catatan dan alat bantu hitung. Anda juga tidak diperkenankan bekerja sama.
8. Mulailah bekerja hanya setelah pengawas memberi tanda dan berhentilah bekerja segera setelah pengawas memberi tanda.
9. Selamat bekerja.

OLIMPIADE MATEMATIKA
TINGKAT PROVINSI TAHUN 2004

BAGIAN KEDUA

1. Tentukan semua (x,y,z) , dengan x, y, z bilangan-bilangan real, yang memenuhi sekaligus ketiga persamaan berikut :

$$\begin{aligned}x^2 + 4 &= y^3 + 4x - z^3 \\y^2 + 4 &= z^3 + 4y - x^3 \\z^2 + 4 &= x^3 + 4z - y^3\end{aligned}$$

2. Pada segitiga ABC diberikan titik-titik D, E, dan F yang terletak berturut-turut pada sisi BC, CA dan AB sehingga garis-garis AD, BE dan CF berpotongan di titik O. Buktikan bahwa

$$\frac{AO}{AD} + \frac{BO}{BE} + \frac{CO}{CF} = 2$$

3. Beni, Coki dan Doni tinggal serumah dan belajar di sekolah yang sama. Setiap pagi ketiganya berangkat pada saat yang sama. Untuk sampai ke sekolah Beni memerlukan waktu 2 menit, Coki memerlukan waktu 4 menit, sedangkan Doni memerlukan waktu 8 menit. Selain itu tersedia sebuah sepeda yang hanya dapat dinaiki satu orang. Dengan sepeda, setiap orang memerlukan waktu hanya 1 menit.

Tunjukkan bahwa adalah mungkin bagi ketiganya untuk sampai ke sekolah dalam waktu tidak lebih dari $2\frac{3}{4}$ menit.

4. Buktikan bahwa tidak ada bilangan asli m sehingga terdapat bilangan-bilangan bulat k, e , dengan $e \geq 2$, yang memenuhi $m(m^2 + 1) = k^e$.

5. *Titik letis* pada bidang adalah titik yang mempunyai koordinat berupa pasangan bilangan bulat.

Misalkan P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 adalah lima titik letis berbeda pada bidang.

Buktikan bahwa terdapat sepasang titik (P_i, P_j) , $i \neq j$, demikian, sehingga ruas garis P_iP_j memuat sebuah titik letis selain P_i dan P_j .