



**SELEKSI OLIMPIADE TINGKAT KABUPATEN/KOTA TAHUN 2009  
TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA TAHUN 2010**

**Bidang Matematika**

**Waktu : 2 Jam**



**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL  
DIREKTORAT JENDERAL MANAJEMEN PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH  
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS  
TAHUN 2009**

**OLIMPIADE MATEMATIKA NASIONAL  
SELEKSI TINGKAT KOTA/KABUPATEN  
TAHUN 2009**

Isikan hanya jawaban saja pada lembar jawaban yang disediakan.

1. Banyaknya bilangan asli kurang dari 1000 yang dapat dinyatakan dalam bentuk  $x^2 - y^2$  untuk suatu bilangan ganjil  $x$  dan  $y$  adalah .....
2. Bilangan bulat positif terkecil  $n$  dengan  $n > 2009$  sehingga
 
$$\sqrt{\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{n}}$$
 merupakan bilangan bulat adalah .....
3. Banyaknya solusi real  $x$  dari persamaan
 
$$3^{(1/2 + \log_3(\cos x - \sin x))} + 2^{(\log_2(\cos x + \sin x))} = \sqrt{2}$$
 adalah ....
4. Diberikan fungsi  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sedemikian hingga
 
$$x^2 f(x) + f(1-x) = 2x - x^4$$
 untuk semua  $x \in \mathbb{R}$ . Nilai  $f(2009)$  adalah .....
5. Banyaknya segitiga siku-siku yang kelilingnya 2009 dan sisi-sisinya bilangan bulat serta jari-jari lingkaran dalamnya juga bilangan bulat adalah .....
6. Nilai eksak dari  $\binom{2009}{1} + \binom{2009}{2} + \dots + \binom{2009}{1004}$  adalah .....
7. Jika tiga pasang suami isteri akan menempati tujuh kursi yang berjajar ke samping dengan syarat semua suami isteri duduk berdekatan dan tidak ada laki-laki dan perempuan bukan suami isteri yang duduk berdekatan, maka banyak caranya adalah .....
8. Nilai dari  $\sum_{k=1}^{2009} FPB(k, 7)$  adalah .....
9. Banyaknya pasangan bilangan asli  $(x, y)$  sehingga  $x^4 + 4y^4$  merupakan bilangan prima adalah .....
10. Bilangan real  $x$  sehingga pernyataan
 
$$x^2 = x \text{ jika dan hanya jika } x^3 = x$$
 bernilai salah adalah .....
11. Diketahui ABC adalah segitiga siku-siku di A dengan  $AB = 30$  cm dan  $AC = 40$  cm. Misalkan AD adalah garis tinggi dari dan E adalah titik tengah AD. Nilai dari  $BE + CE$  adalah .....
12. Suatu turnamen diikuti 20 tim, dimana setiap tim bertemu satu kali dengan semua tim yang lain. Kemenangan memperoleh poin 1, sedangkan kekalahan 0. Pada klasemen akhir, 3 tim teratas memperoleh poin yang sama, sedangkan 17 tim yang lain memperoleh poin yang berbeda-beda. Jumlah semua bilangan yang tidak muncul pada poin yang dimiliki suatu tim pada klasemen akhir adalah .....

13. Titik E terletak di dalam persegi ABCD sedemikian rupa sehingga ABE adalah segitiga sama sisi. Jika panjang  $AB = \sqrt{1+\sqrt{3}}$  dan F titik potong antara diagonal BD dengan segmen garis AE, maka luas segitiga ABF sama dengan .....
14. Misalkan  $f(x) = (\sqrt{3}+1)\sin x + (\sqrt{3}-1)\cos x$ . Nilai maksimum untuk  $(f(x))^2$  dimana  $x$  bilangan real adalah .....
15. Diberikan persegi ABCD dengan panjang sisi 10. Misalkan E pada AB dan F pada BD dengan  $AE = FB = 5$ . Misalkan P adalah titik potong CE dan AF. Luas DFPC adalah .....
16. Jika  $x_{k+1} = x_k + \frac{1}{2}$  untuk  $k = 1, 2, \dots$  dan  $x_1 = 1$  maka  $x_1 + x_2 + \dots + x_{400} = \dots$
17. Diberikan segitiga ABC tumpul ( $\angle ABC > 90^\circ$ ), AD dan AE membagi sudut BAC sama besar. Panjang segmen garis BD, DE dan EC berturut-turut adalah 2, 3, dan 6. Panjang terpendek dari sisi segitiga ABC adalah .....
18. Jika  $10^{99999999}$  dibagi oleh 7, maka sisanya adalah .....
19. Diketahui A adalah himpunan semua bilangan asli yang habis dibagi 3, tidak habis dibagi 5, dan tidak lebih dari 100. Banyaknya fungsi  $f$  dari himpunan semua bilangan real yang tidak nol ke dalam A yang memenuhi  $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x-y)$  adalah .....
20. Delapan bilangan asli memiliki rata-rata 6,5. Empat dari delapan bilangan tersebut adalah 4, 5, 7, dan 8. Selisih antara bilangan terbesar dan terkecil adalah 10. Jika ke delapan bilangan diurutkan dari kecil ke besar, maka banyaknya susunan ada .....