

Mengenang Jejak Sebagian Kecil Bangsa Indonesia Yang Pernah Mengikuti Ujian Sekolah Pada Masa Silam
UJIAN PENGHABISAN SEKOLAH MENENGAH TINGKAT ATAS
TAHUN 1934

ALJABAR

1. HBS (Hogere Burger School) NI dan AMS (Algemeene Middelbare School) afd B, 1934

Diketahui fungsi-fungsi $y_1 = x^2 - 3x - 4$ dan $y_2 = x + 1$. Ditanyakan:

- Untuk x berharga berapa, fungsi pertama mempunyai suatu harga yang minimum?
- Untuk x berharga berapa, fungsi pertama lebih besar dari 150?
- Berapa harga-harga kedua fungsi buat $x = 0$?
- Untuk x berharga berapa, kedua fungsi mempunyai tanda yang sama dan untuk x berharga berapa, tanda-tanda itu berharga berlainan?
- Harga kedua fungsi menjadi sama untuk x berharga berapa?
- Untuk x berharga berapa, harga fungsi sama dan berlawanan (tandanya)?
- Buatlah grafik kedua fungsi itu.

Solusi:

a. $y_1 = x^2 - 3x - 4$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \cdot 1} = 1\frac{1}{2}$$

b. $x^2 - 3x - 4 > 150$

$$x^2 - 3x - 154 > 0$$

$$(x+11)(x-14) > 0$$

$$x < -11 \vee x > 14$$

c. $x = 0 \rightarrow y_1 = 0^2 - 3 \cdot 0 - 4 = -4$

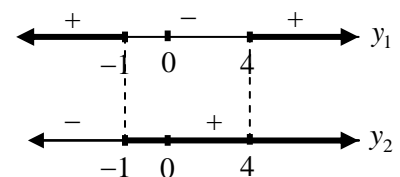
$$x = 0 \rightarrow y_2 = 0 + 1 = 1$$

d. $y_1 = x^2 - 3x - 4 = (x+1)(x-4)$

$$y_2 = x + 1$$

Pada interval $x > 4$ kedua fungsi sama tandanya (+)

Pada interval $x < -1$ kedua fungsi berlainan tandanya (-)



e. $x^2 - 3x - 4 = x + 1$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x-5)(x+1) = 0$$

$$x = 5 \vee x = -1$$

Harga kedua fungsi menjadi sama untuk $x = 5$ dan $x = -1$.

f. $x^2 - 3x - 4 = -(x+1)$

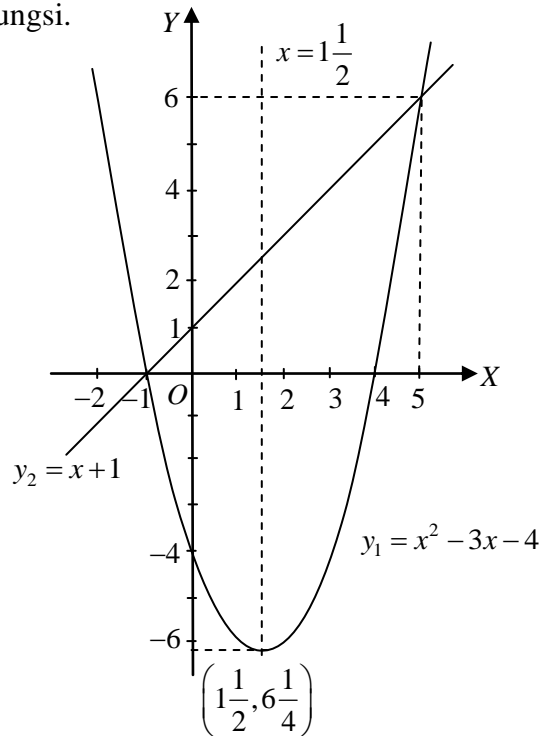
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = 3 \vee x = -1$$

Harga fungsi sama dan berlawanan (tandanya) untuk $x = 3$ dan $x = -1$.

g. Sketsa grafik kedua fungsi.



2. HBS (Hogere Burger School) NI dan AMS (Algemeene Middelbare School) afd B, 1934

Carilah x , y , dan z dari:

1. $\log(x+y)(y+z) = 5$
2. $\log(x+y) \times \log(y+z) = 6$
3. $\log(x+y)(y+z)(z+x) = 6$

kalau 10 bilangan pokok logaritmanya.

Solusi:

$$\log(x+y)(y+z) = 5$$

$$\log(x+y) + \log(y+z) = 5 \dots (1)$$

$$\log(x+y) \times \log(y+z) = 6 \dots (2)$$

$$\log(x+y)(y+z)(z+x) = 6$$

$$\log(x+y) + \log(y+z) + \log(z+x) = 6 \dots (3)$$

Persamaan (3) – Persamaan (1) menghasilkan:

$$\log(z+x) = 1$$

$$x+z = 10 \dots (4)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$\log(x+y) + \frac{6}{\log(x+y)} = 5$$

$$\log^2(x+y) - 5\log(x+y) + 6 = 0$$

$$[\log(x+y)-2][\log(x+y)-3]=0$$

$$\log(x+y)=2 \vee \log(x+y)=3$$

$$x+y=100 \dots (5) \text{ atau } x+y=1000 \dots (6)$$

$$\log(x+y)=2 \rightarrow \log(x+y)+\log(y+z)=5$$

$$2+\log(y+z)=5$$

$$\log(y+z)=3$$

$$y+z=1000 \dots (7)$$

Dari persamaan (5) dan (7) diperoleh $x-z=-900 \dots (8)$

$$\log(x+y)=3 \rightarrow \log(x+y)+\log(y+z)=5$$

$$3+\log(y+z)=5$$

$$\log(y+z)=2$$

$$y+z=100 \dots (9)$$

Dari persamaan (6) dan (9) diperoleh $x-z=900 \dots (10)$

Persamaan (4) + Persamaan (8) menghasilkan $2x=-890 \Leftrightarrow x=-445$

$$x=-445 \rightarrow x+z=10$$

$$-445+z=10$$

$$z=455$$

$$z=455 \rightarrow y+z=1000$$

$$y+455=1000$$

$$y=545$$

Persamaan (4) + Persamaan (10) menghasilkan $2x=910 \Leftrightarrow x=455$

$$x=455 \rightarrow x+z=10$$

$$455+z=10$$

$$z=-445$$

$$z=-445 \rightarrow y+z=100$$

$$y-445=100$$

$$y=545$$

Jadi, nilai (x, y, z) adalah $(-445, 545, 455)$ atau $(455, 545, -445)$.

Bersambung