

Mengenang Jejak Sebagian Kecil Bangsa Indonesia Yang Pernah Mengikuti Ujian Sekolah Pada Masa Silam
UJIAN PENGHABISAN SEKOLAH MENENGAH TINGKAT ATAS
TAHUN 1926

ALJABAR

1. AMS (Algemeene Middelbare School) afd B, 1926

Hitunglah a dan b kalau $z^2 + az + b = 0$ mempunyai akar-akar $({}^x \log 7)^{-1}$ dan $({}^y \log 7)^{-1}$, sedangkan harga-harga x dan y memenuhi kepada gabungan persamaan-persamaan ini:

$$\left({}^5 \log x + {}^5 \log y - {}^5 \log 3 \right) \times {}^2 \log 5 = 2$$

$$56(x+y)^{-2} = 1 - (x+y)^{-1}$$

Solusi:

$$JAA = \left({}^x \log 7 \right)^{-1} + \left({}^y \log 7 \right)^{-1} = \frac{1}{{}^x \log 7} + \frac{1}{{}^y \log 7} = {}^7 \log x + {}^7 \log y = {}^7 \log xy$$

$$HKA = \left({}^x \log 7 \right)^{-1} \times \left({}^y \log 7 \right)^{-1} = \frac{1}{{}^x \log 7} \times \frac{1}{{}^y \log 7} = {}^7 \log x \times {}^7 \log y$$

$$z^2 - (JAA)z + HKA = 0$$

$$z^2 - {}^7 \log xyz + {}^7 \log x \times {}^7 \log y = 0 \text{ yang ekuivalen dengan } z^2 + az + b = 0$$

Sehingga $a = -{}^7 \log xy$ dan $b = {}^7 \log x \times {}^7 \log y$

$$\left({}^5 \log x + {}^5 \log y - {}^5 \log 3 \right) \times {}^2 \log 5 = 2$$

$$\left({}^5 \log \frac{xy}{3} \right) \times {}^2 \log 5 = 2$$

$${}^2 \log 5 \times {}^5 \log \frac{xy}{3} = 2$$

$${}^2 \log \frac{xy}{3} = 2$$

$$\frac{xy}{3} = 4$$

$$y = \frac{12}{x} \dots (1)$$

$$56(x+y)^{-2} = 1 - (x+y)^{-1}$$

$$\frac{56}{(x+y)^2} = 1 - \frac{1}{(x+y)}$$

$$56 = (x+y)^2 - (x+y)$$

$$(x+y)^2 - (x+y) - 56 = 0$$

$$\left[(x+y) - 8 \right] \left[(x+y) + 7 \right] = 0$$

$$x+y = 8 \dots (2) \text{ atau } x+y = -7 \dots (3)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$x + \frac{12}{x} = 8$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x-2)(x-6) = 0$$

$$x = 2 \vee x = 6$$

$$y = \frac{12}{2} = 6 \vee y = \frac{12}{6} = 2$$

Dari persamaan (1) dan (3) diperoleh

$$x + \frac{12}{x} = -7$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$(x+3)(x+4) = 0$$

$x = -3 \vee x = -4$, kedua nilai ini ditolak, karena bilangan pokok logaritma harus positif.

$$\text{Jadi, } a = {}^{-7}\log xy = {}^{-7}\log 12 = -\frac{\log 12}{\log 7} \text{ dan } b = {}^7\log 6 \times {}^7\log 2 = \frac{\log 6}{\log 7} \times \frac{\log 2}{\log 7} = \frac{\log 6 \log 2}{(\log 7)^2}$$

Bersambung