Mengenang Jejak Sebagian Kecil Bangsa Indonesia Yang Pernah Mengikuti Ujian Sekolah Pada Awal Masa Kemerdekaan

UJIAN PENGHABISAN SEKOLAH MENENGAH TINGKAT ATAS TAHUN 1950

1. **SMA 1950**

   Berapakah m agar supaya fungsi $mx^2 + 2(m+2)x + 2m + 1$ selalu (definit) positif untuk tiap-tiap nilai real dari x?

   Solusi:

   Syarat fungsi $mx^2 + 2(m+2)x + 2m + 1$ selalu (definit) positif untuk tiap-tiap nilai real dari x adalah $a > 0$ dan $D < 0$, sehingga

   $m > 0$ .... (1)

   $D = \left[2(m+2)\right]^2 - 4 \cdot m \cdot (2m+1) < 0$

   $m^2 + 4m + 4 - 2m^2 - m < 0$

   $m^2 - 3m - 4 < 0$

   $(m+1)(m-4) < 0$

   $-1 < m < 4$ .... (2)

   Dari (1) $\cap$ (2) diperoleh $0 < m < 4$.

2. **PPT 1950**

   Salah satu akar dari $3x^2 - 20x + 4a = 0$ besarnya dua kali dari pada salah satu akar dari $2x^2 - 3x - 3a = 0$. Hitunglah a.

   Solusi:

   Persamaan kuadrat $2x^2 - 3x - 3a = 0$ akar-akarnya adalah p dan q.

   $2p^2 - 3p - 3a = 0$ ... (1)

   Persamaan kuadrat $3x^2 - 20x + 4a = 0$ akar-akarnya $2p$ dan r.

   $3(2p)^2 - 20(2p) + 4a = 0 \Leftrightarrow 12p^2 - 40p + 4a = 0 \Leftrightarrow 3p^2 - 10p + a = 0$ .... (2)

   3 × Persamaan – 2 × Persamaan (2) menghasilkan:

   $11p - 11a = 0$

   $p = a$

   Sehingga,

   $2a^2 - 3a - 3a = 0$

   $2a^2 - 6a = 0$

   $2a(a-3) = 0$

   $a = 0$ atau $a = 3$

   Jadi, nilai $a = 3$.

3. **HBS (Hogere Burger School)-AMS (Algemeene Middelbare School) 1950**

   Ditentukan: $x^2 + (2a-1)x + a^2 - 3a - 4 = 0$. Buat harga a yangmana:

   a. kedua akarnya nyata (real)?
   b. jumlah kedua akar yang nyata itu positif?
   c. hasilkali kedua akar yang nyata itu positif?
   d. kedua akarnya positif?

   Solusi:

   a. Syarat keadua akarnya (real) adalah $D \geq 0$.

$(2a-1)^2-4\cdot 1\cdot\left(a^2-3a-4\right)\ge 0$

$4a^2-4a+1-4a^2+12a+16\ge 0$

$8a+17\ge 0$

$a\ge -\frac{17}{8}$

b. Syarat jumlah kedua akar yang nyata itu positif adalah $D\ge 0$ dan $x_1+x_2>0$.

$D\ge 0$.

$(2a-1)^2-4\cdot 1\cdot\left(a^2-3a-4\right)\ge 0$

$4a^2-4a+1-4a^2+12a+16\ge 0$

$8a+17\ge 0$

$a\ge -\frac{17}{8}$ .... (1)

$x_1+x_2>0$

$-\frac{2a-1}{1}>0$

$2a-1<0$

$a<\frac{1}{2}$ .... (2)

Dari (1) $\cap$ (2) diperoleh $\frac{1}{2}>a\ge -\frac{17}{8}$.

c. Syarat hasilkali kedua akar yang nyata itu positif adalah $D\ge 0$ dan $x_1x_2>0$

$D\ge 0$.

$(2a-1)^2-4\cdot 1\cdot\left(a^2-3a-4\right)\ge 0$

$4a^2-4a+1-4a^2+12a+16\ge 0$

$8a+17\ge 0$

$a\ge -\frac{17}{8}$ .... (1)

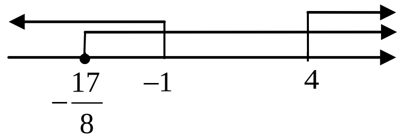
$x_1x_2>0$ $x^2+(2a-1)x+a^2-3a-4=0$

$\frac{a^2-3a-4}{1}>0$

$a^2-3a-4>0$

$(a+1)(a-4)>0$

$a<-1$ atau $a>4$ .... (2)



Dari (1) $\cap$ (2) diperoleh $-\frac{17}{8}\le a<-1$ atau $a>4$.

d. Syarat kedua akarnya positif adalah $D\ge 0$, $x_1+x_2>0$, dan $x_1x_2>0$.

$D\ge 0$.

$(2a-1)^2-4\cdot 1\cdot\left(a^2-3a-4\right)\ge 0$

$4a^2-4a+1-4a^2+12a+16\ge 0$

$8a+17\ge 0$

$a\ge -\frac{17}{8}$ .... (1)

$x_1 + x_2 > 0$

$-\frac{2a-1}{1} > 0$

$2a - 1 < 0$

$a < \frac{1}{2}$ .... (2)

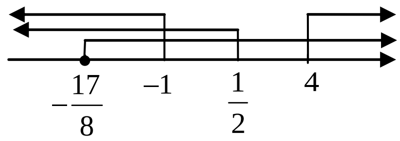
$x_1 x_2 > 0$ $x^2 + (2a-1)x + a^2 - 3a - 4 = 0$

$\frac{a^2 - 3a - 4}{1} > 0$

$a^2 - 3a - 4 > 0$

$(a+1)(a-4) > 0$

$a < -1$ atau $a > 4$ .... (3)



Dari (1) $\cap$ (2) diperoleh $-\frac{17}{8} \le a < -1$.

4. **PPT 1950**

Ditentukan fungsi $y = x^2 - ax + a - 2$. Buktikan bahwa grafik fungsi ini senantiasa memotong sumbu X pada dua titik yang berlainan?

Solusi:

Syarat grafik fungsi $y = x^2 - ax + a - 2$ memotong di dua titik berlainan adalah $D = b^2 - 4ac > 0$.

$(-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a-2) > 0$

$a^2 - 4a + 8 > 0$

$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = -16 < 0$

Karena diskriminan bentuk kuadrat $a^2 - 4a + 8$ kurang dari 0, maka untuk nilai a real grafik fungsi $y = x^2 - ax + a - 2$ memotong di dua titik berlainan.

5. **SMA 1950**

Dari deret ukur (deret geometri) turun tak terhingga dengan suku-suku real harga limit jumlahnya sama dengan kuadrat suku pertama. Harga kebalikan suku kedua, harga kebalikan suku ketiga, harga kebalikan suku keempat dikurangi dengan 8 merupakan deret hitung (deret aritmetika). Tentukanlah suku pertama dan perbandingan (reden, rasio) dari deret ukur tadi.

Solusi:

$S = \frac{a}{1-r} = a^2$

$a - ar = 1$

$a = \frac{1}{1-r}$ .... (1)

Deret hitung (deret aritmetika): $\frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} - 8$ .... (2)

Dari (1) dan (2) diperoleh:

$\frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_2} = \frac{1}{u_4} - 8 - \frac{1}{u_3}$

$\frac{1}{ar^2} - \frac{1}{ar} = \frac{1}{ar^3} - 8 - \frac{1}{ar^2}$

$$r-r^2=1-8ar^3-r$$
$$2r-r^2=1-8\left(\frac{1}{1-r}\right)r^3$$
$$2r-2r^2-r^2+r^3=1-r-8r^3$$
$$9r^3-3r^2+3r-1=0$$
$$3r^2(3r-1)+(3r-1)=0$$
$$(3r^2+1)(3r-1)=0$$
$$3r^2+1=0(\text{ditolak})\,\text{atau}\, r=\frac{1}{3}$$
$$r=\frac{1}{3}\to a=\frac{1}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}$$

6. **PPT 1950**

Pada sebuah deret ukur suku yang pertama ialah *a* dan perbandingannya (rasio) sama dengan ${}^2\log(x-3)$.

a. Untuk harga *x* yang manakah, maka ada had (limit) jumlah suku-suku deret itu?

b. Berapa besar limit itu?

Solusi:

a. $|r|<1$

$${}^2\log(x-3)<1$$
$${}^2\log(x-3)<{}^2\log 2$$
$$x-3<2$$
$$x<5$$

b. Ambillah $r=\frac{1}{p}$, sehingga

$$S=\frac{a\left(r^n-1\right)}{r-1}=\frac{a}{\frac{1}{p}-1}\left(\frac{1}{p^n}-1\right)$$
$$S=\frac{a}{\frac{1}{p}-1}\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{p^n}-1\right)=-\frac{a}{\frac{1}{p}-1}=\frac{a}{1-\frac{1}{p}}=\frac{a}{1-r}=\frac{a}{1-{}^2\log(x-3)}$$

7. **SMA bg B, 1950**

Hitunglah *x* dari persamaan

a) $x={}^5\log\frac{50^{x-2}}{2}-{}^{\frac{1}{5}}\log 5^{2x-5}$

b) $\frac{\sqrt[8]{a^{x-8}}}{a^6\sqrt{a^x}}=\frac{a^3}{a^x}$

Solusi:

a) $x={}^5\log\frac{50^{x-2}}{2}-{}^{\frac{1}{5}}\log 5^{2x-5}$

$$x={}^5\log\frac{50^{x-2}}{2}+{}^5\log 5^{2x-5}$$

$$x = {}^{5}\log \frac{2^{x-2} \times 5^{2x-4} \times 5^{2x-5}}{2}$$

$$5^x = 2^{x-3} \times 5^{4x-9}$$

$$1 = \frac{2^x}{2^3} \times \frac{5^{3x}}{5^9}$$

$$2^x \times 5^{3x} = 2^3 \times 5^9$$

$$\left(2 \times 5^3\right)^x = \left(2 \times 5^3\right)^3$$

$$x = 3$$

b) $\dfrac{\sqrt[8]{a^{x-8}}}{a^6\sqrt{a^x}} = \dfrac{a^3}{a^x}$

$$\frac{a^{\frac{x-8}{8}}}{a^6 a^{\frac{x}{2}}} = \frac{a^3}{a^x}$$

$$a^{\frac{x-8}{8}-\frac{x}{2}+x} = a^{3+6}$$

$$a^{\frac{x-8-4x+8x}{8}} = a^9$$

$$a^{\frac{5x-8}{8}} = a^9$$

$$\frac{5x-8}{8} = 9$$

$$5x - 8 = 72$$

$$5x = 80$$

$$x = 16$$

8. **SMA bg B, 1950**

Sebuah parabool dengan puncak $A(-1,2)$ liwat titik $B(-2,5)$. Dari titik $C\left(-1,\dfrac{2}{3}\right)$ dibuat garis singgung pada parabool itu. Tentukan persamaan-persamaan parabool dan garis singgung. Gambarkan kedua persamaan tersebut dalam satu grafik.

Solusi:

Persamaan parabolanya adalah

$$y = a\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{D}{-4a}$$

$$y = a(x+1)^2 + 2$$

$$B(-2,5) \to y = a(x+1)^2 + 2$$

$$5 = a(-2+1)^2 + 2$$

$$5 = a + 2$$

$$a = 3$$

$$y = 3(x+1)^2 + 2 = 3x^2 + 6x + 5$$

Ambillah persamaan garis singgungnya adalah $y = mx + n$.

$$C\left(-1,\frac{2}{3}\right) \to \frac{2}{3} = -m + n$$

$n=\frac{2}{3}+m$

$y=mx+m+\frac{2}{3}$

$y=mx+m+\frac{2}{3}\to y=3x^2+6x+5$

$mx+m+\frac{2}{3}=3x^2+6x+5$

$3mx+3m+2=9x^2+18x+15$

$9x^2+(18-3m)x+13-3m=0$

Syarat garis menyinggung parabola adalah $D=b^2-4ac=0$, sehingga:

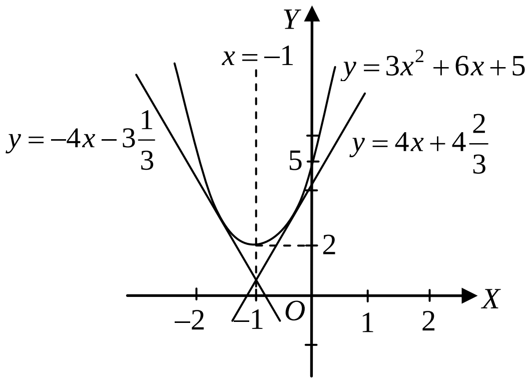
$(18-3m)^2-4\cdot 9\cdot(13-3m)=0$

$36-12m+m^2-52+12m=0$

$m^2=16$

$m=\pm\sqrt{16}=\pm 4$

Persamaan garis singgungnya adalah $y=4x+4+\frac{2}{3}=4x+4\frac{2}{3}$ dan $y=-4x-4+\frac{2}{3}=-4x-3\frac{1}{3}$



9. **SMA bg B, 1950**

Carilah x (atau $\log x$) dari persamaan:

$x^{\log x}+x^{\frac{-\log^2 x+\log 15}{\log x}}=7^{\frac{1}{\log 7}}-2$

Solusi:

$x^{\log x}+x^{\frac{-\log^2 x+\log 15}{\log x}}=7^{\frac{1}{\log 7}}-2$

$x^{\log x}+x^{-\log x}\times x^{\frac{\log 15}{\log x}}=7^{{}^7\log 10}-2$

$x^{\log x}+\frac{x^{{}^x\log 15}}{x^{\log x}}\times=10-2$

$x^{\log x}+\frac{15}{x^{\log x}}=8$

Ambillah $x^{\log x}=y$, sehingga

$y+\frac{15}{y}=8$

$y^2-8y+15=0$

$(y-3)(y-5)=0$

$y=3 \vee y=5$

$x^{\log x}=3 \vee x^{\log x}=5$

$\log x \cdot \log x=3 \vee \log x \cdot \log x=5$

$\log^2 x=3 \vee \log^2 x=5$

$\log x=\pm\sqrt{3} \vee \log x=\pm\sqrt{5}$

10. **PPT bg. B, 1950**

Carilah x dalam $\frac{1}{{}^{(x-2)}\log x}+{}^{x}\log(x-3)+{}^{x}\log 5=\frac{1}{{}^{10}\log x}$.

Solusi:

$\frac{1}{{}^{(x-2)}\log x}+{}^{x}\log(x-3)+{}^{x}\log 5=\frac{1}{{}^{10}\log x}$

${}^{x}\log(x-2)+{}^{x}\log(x-3)+{}^{x}\log 5={}^{x}\log 10$

${}^{x}\log(x-2)+{}^{x}\log(x-3)+{}^{x}\log 5-{}^{x}\log 10=0$

${}^{x}\log\frac{5(x^2-5x+6)}{10}=0$

$\frac{(x^2-5x+6)}{2}=1$

$x^2-5x+6=2$

$x^2-5x+4=0$

$(x-1)(x-4)^2=0$

$x=1$(ditolak, bilanganpokok logaritma $\neq 1$) atau $x=4$(diterima)

11. **PPT bg. B, 1950**

Kalau ditentukan bahwa $\log x=-\sqrt[5]{0,4}$, hitunglah $y=x^x$.

Solusi:

Ambillah $a=\sqrt[5]{0,4}$, sehingga

$\log a=\frac{1}{5}\log 0,4=\frac{1}{5}(0,6021-1)=0,0796$

$a=1,2012$

$\log x=-1,2012=0,7988-2$

$x=0,0629$

$y=x^x$

$\log y=\log x^x$

$\log y=x\log x$

$\log y=0,0629(0,7988-2)=-0,0756=0,9244-1$

$y=0,8402$

12. **SMA bg. B Peladjar Pedjuang, 1950**

Carilah x dan y dari:

$2^{2x+4y-5}-2^{x+2y-1}=16$

$\log\log(3x-4y)=\log 2+\log\{\log(3x-4y)-\log 4\}$

Solusi:

$$2^{2x+4y-5}-2^{x+2y-1}=16$$
$$\frac{2^{2(x+2y)}}{32}-\frac{2^{x+2y}}{2}=16$$
$$2^{2(x+2y)}-16\cdot 2^{x+2y}=512$$
Ambillah $2^{x+2y}=p$, sehingga
$$p^2-16p-512=0$$
$$(p-32)(p+16)=0$$
$$p=32 \vee p=-16$$
$$2^{x+2y}=32(\text{diterima}) \vee 2^{x+2y}=-16(\text{ditolak})$$
$$2^{x+2y}=2^5$$
$$x+2y=5$$
$x=5-2y$ .... (1)
$$\log\log(3x-4y)=\log 2+\log\{\log(3x-4y)-\log 4\}$$
$$\log\log(3x-4y)=\log 2+\log\log\frac{1}{4}(3x-4y)$$
$$\log\log(3x-4y)=\log 2\log\frac{1}{4}(3x-4y)$$
$$\log\log(3x-4y)=\log\log\frac{1}{16}(3x-4y)^2$$
$$(3x-4y)=\frac{1}{16}(3x-4y)^2$$
$$(3x-4y)^2-16(3x-4y)=0$$
$$(3x-4y)(3x-4y-16)=0$$
$3x-4y=0$ (ditolak) atau $3x-4y-16=0$ .... (2)

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:
$$3(5-2y)-4y-16=0$$
$$15-6y-4y-16=0$$
$$10y=-1$$
$$y=-\frac{1}{10}\to x=5-2y=5-2\times\left(-\frac{1}{10}\right)=5+\frac{1}{5}=5\frac{1}{5}$$

13. **SMA bg. B Peladjar Pedjuang, 1950**

Dari persamaan: $9x^2-3kx+k^2-9k+18=0$, ditentukan $x_2=2x_1$. Berapakah *k*? Hitung juga harga maksimum dari $\left(x_1^2+x_2^2\right)$.

Solusi:

Akar-akar persamaan kuadrat $9x^2-3kx+k^2-9k+18=0$ adalah x_1 dan x_2.

$x_2=2x_1$ .... (1)

$x_1+x_2=-\frac{-3k}{9}=\frac{k}{3}$ .... (2)

$x_1x_2=\frac{k^2-9k+18}{9}$ .... (3)

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$x_1 + 2x_1 = -\frac{-3k}{9} = \frac{k}{3}$$

$$x_1 = \frac{k}{9} \to x_2 = \frac{2k}{9}$$

Substitusikan $x_1 = \frac{k}{9}$ dan $x_2 = \frac{2k}{9}$ ke persamaan (3), sehingga

$$\frac{k}{9} \times \frac{2k}{9} = \frac{k^2 - 9k + 18}{9}$$

$$2k^2 = 9k^2 - 81k + 162$$

$$7k^2 - 81k + 162 = 0$$

$$(7k - 18)(k - 9) = 0$$

$$k = \frac{18}{7} \vee k = 9$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{-3k}{9}\right)^2 - 2 \times \frac{k^2 - 9k + 18}{9} = \frac{k^2 - 2k^2 + 18k - 36}{9} = -\frac{1}{9}k^2 + 2k - 4$$

$$k = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2\left(-\frac{1}{9}\right)} = 9$$

$$\left(x_1^2 + x_2^2\right)_{\max} = -\frac{1}{9} \times 9^2 + 2 \times 9 - 4 = 5$$

14. **PPT bg. B, 1950**

Fungsi $y = {}^2\log\left(ax^2 + bx + c\right)$ menjadi = 0 untuk $x = 0$ dan untuk $x = 6$. Harga maksimum = 2.

a. Berapakah besarnya *c*?

b. Buktikan dengan perhitungan bahwa $a = -\frac{1}{3}$ dan $b = 2$. Isilah harga yang didapat untuk *a*, *b*, dan *c* itu dalam bangun $ax^2 + bx + c$ yang akan kita sebut *z*.

c. Untuk harga-harga *x* yang manakah $z = 0$. Berapakah *y* dalam hal ini?

d. Untuk harga *z* yang manakah *z* negatif? Apakah akibatnya bagi *y*?

e. Untuk harga *x* yang manakah *z* positif lebih kecil dari 1? Apakah tanda *y* dalam hal ini?

f. Untuk harga *x* yang manakah *z* lebih besar dari pada 1? Apakah tanda *y*?

g. Buatlah sesuai dengan ketentuan-ketentuan dan pendapatan-pendapatan tadi itu sebuah lukisan $y = {}^2\log z$.

Solusi:

a. $x = 0 \to y = {}^2\log\left(ax^2 + bx + c\right)$

$$0 = {}^2\log\left(a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c\right)$$

$$0 = {}^2\log c$$

$$c = 1$$

b. $x = 6 \to 0 = {}^2\log\left(a \cdot 6^2 + b \cdot 6 + 1\right)$

$$36a + 6b + 1 = 1$$

$$36a + 6b = 0$$

$$b = -6a \text{ .... (1)}$$

$$y_{\max} = {}^2\log\frac{b^2 - 4ac}{-4a} = {}^2\log\frac{b^2 - 4a \cdot 1}{-4a} = 2$$

$$\frac{b^2-4a}{-4a}=4$$

$b^2-4a=-16a$

$b^2=-12a$ .... (2)

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$(-6a)^2=-12a$

$36a^2+12a=0$

$12a(3a+1)=0$

$a=0(\text{ditolak})\vee a=-\frac{1}{3}(\text{diterima})$

$b=-6\left(-\frac{1}{3}\right)=2$

$\therefore\ z=-\frac{1}{3}x^2+2x+1$

c. $z=-\frac{1}{3}x^2+2x+1=0$

$x^2-6x-3=0$

$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot1\cdot(-3)}}{2\cdot1}=\frac{6\pm\sqrt{36+12}}{2}=\frac{6\pm\sqrt{48}}{2}=\frac{6\pm4\sqrt{3}}{2}=3\pm2\sqrt{3}$$

$x=3+2\sqrt{3}\vee x=3-2\sqrt{3}$

Karena $z=0$, maka $y={}^2\log 0$ adalah tidak didefinisikan, karena numerus harus bernilai positif.

d. $z=-\frac{1}{3}x^2+2x+1<0$

$x^2-6x-3>0$

$\left(x-3-2\sqrt{3}\right)\left(x-3+2\sqrt{3}\right)>0$

$x>3+2\sqrt{3}$ atau $x<3-2\sqrt{3}$

Akibatnya fungsi y tidak mempunyai nilai (tidak terdefinisi) untuk interval tersebut.

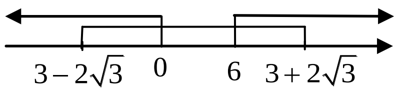
e. $z=-\frac{1}{3}x^2+2x+1<1$

$x^2-6x-3>-3$

$x^2-6x>0$

$x(x-6)>0$

$x<0\vee x>6$



Sehingga $y<0$.

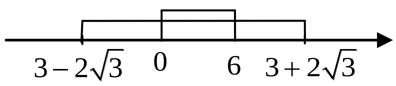
f. $z=-\frac{1}{3}x^2+2x+1>1$

$x^2-6x-3<-3$

$x^2-6x<0$

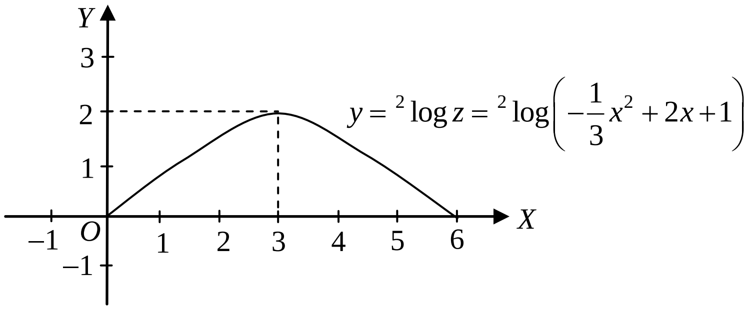
$x(x-6)<0$

$0<x<6$



Sehingga $y>0$.

g. Grafik fungsi $y = {}^2\log z = {}^2\log\left(-\frac{1}{3}x^2 + 2x + 1\right)$



15. **PPT bg. B, 1950**

Grafik fungsi $y = \frac{x+p}{qx+r}$ melalui titik $(1,-1)$ dan memotong dari sumbu-sumbu positif bagian-bagian yang sama = 4. Tentukan *p*, *q*, dan *r* dan asymtot-asymtot dari garis lengkung itu.

Solusi:

$(1,-1) \to y = \frac{x+p}{qx+r}$

$-1 = \frac{1+p}{q \cdot 1 + r}$

$-q - r = 1 + p$

$p + q + r = -1$ .... (1)

$(4,0) \to y = \frac{x+p}{qx+r}$

$0 = \frac{4+p}{q \cdot 4 + r}$

$4 + p = 0$

$p = -4$ .... (2)

$(0,4) \to y = \frac{x+p}{qx+r}$

$4 = \frac{0+p}{q \cdot 0 + r}$

$4r = p$ .... (3)

Dari persamaan (2) dan (3) diperoleh $4r = -4 \Leftrightarrow r = -1$.

Substitusikan $p = -4$ dan $r = -1$ ke persamaan (1) sehingga diperoleh

$-4 + q - 1 = -1$

$q = 4$

$$y = \frac{x-4}{4x-1} = \frac{-3\frac{1}{4}}{4x-1} + \frac{1}{4}$$

Jadi, asymtot tegak $x = \frac{1}{4}$ dan asymtot datar $y = \frac{1}{4}$.

16. **SMA bg. B Peladjar Pedjuang, 1950**

Gambarlah grafik $y = \frac{2x^2 + 5x - 7}{x^2 - 8x + 16}$.

Solusi:

▶ Grafik memotong sumbu X, jika $y=0$, sehingga

$$\frac{2x^2+5x-7}{x^2-8x+16}=0$$

$$2x^2+5x-7=0$$

$$(2x+7)(x-1)=0$$

$$x=-\frac{7}{2} \vee x=1$$

Jadi, koordinat titik potongnya adalah $(-3,5;0)\text{dan}(1,0)$.

▶ Grafik memotong sumbu Y, jika $x=0$, sehingga

$$y=\frac{2\cdot 0^2+5\cdot 0-7}{0^2-8\cdot 0+16}=-\frac{7}{16}$$

Jadi, koordinat titik potongnya adalah $\left(0,-\frac{7}{16}\right)$.

▶ $y=\dfrac{2x^2+5x-7}{x^2-8x+16}=2+\dfrac{13x+16}{x^2-8x+16}=2+\dfrac{13x+16}{(x-4)^2}$

Asymtot datar adalah $y=2$.

Asymtot tegak adalah $x=4$

▶ Menentukan koordinat titik potong asymtot datar dengan grafik.

$$2=\frac{2x^2+5x-7}{x^2-8x+16}$$

$$2x^2-16x+32=2x^2+5x-7$$

$$21x=39$$

$$x=\frac{39}{21}=\frac{13}{7}=1\frac{6}{7}$$

Jadi, koordinat titik potongnya adalah $\left(1\frac{6}{7},2\right)$.

▶ Suatu nilai y tercapai untuk nilai-nilai x yang merupakan akar-akar persamaan kuadrat dalam x berikut ini.

$$y=\frac{2x^2+5x-7}{x^2-8x+16}$$

$$x^2y-8xy+16y=2x^2+5x-7$$

$$x^2y-2x^2-8xy-5x+16y+7=0$$

$$(y-2)x^2-(8y+5)x+(16y+7)=0$$

Persamaan kuadrat ini mempunyai akar-akar real, jika

$$\left[-(8y+5)\right]^2-4(y-2)(16y+7)\ge 0$$

$$64y^2+80y+25-64y^2+100y+56\ge 0$$

$$180y+81\ge 0$$

$$y\ge -\frac{81}{180}$$

$$y\ge -\frac{9}{20}$$

Jadi, harga minimum relatifnya adalah $y=-\frac{9}{20}=-0,45$

$$-\frac{7}{20}=\frac{2x^2+5x-7}{x^2-8x+16}$$

$$-7x^2+56x-112=40x^2+200x-140$$

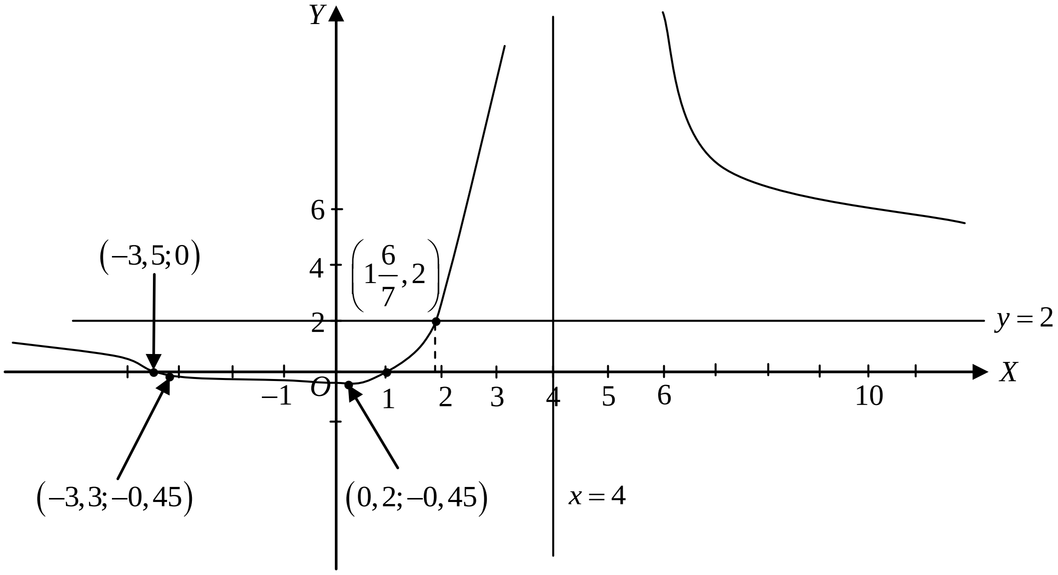
$$47x^2+144x-28=0$$

$$x=\frac{-144\pm\sqrt{144^2-4\cdot47\cdot(-28)}}{2\cdot47}=\frac{-144\pm\sqrt{26.000}}{94}=\frac{-144\pm161,2}{94}$$

$$x=\frac{-144+161,2}{94}=0,2 \text{ atau } x=\frac{-144-161,2}{94}=-3,3$$

Jadi, koordinat titik minimum realtif adalah $\left(0,2;-\frac{9}{20}\right)$ dan $\left(-3,2;-\frac{9}{20}\right)$.

Sketsa grafik fungsi $y=\frac{2x^2+5x-7}{x^2-8x+16}$.



Bersambung