

BAB 1

PERSAMAAN KUADRAT

TIPE 1: Selisih Akar Persamaan Kuadrat Diketahui

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan diskriminan $D = b^2 - 4ac$ dan akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Jika $x_1 - x_2 = k$, maka $D = (ak)^2$.

Contoh:

Diberikan persamaan kuadrat $2x^2 - bx + 8b + 2 = 0$ dengan akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Jika

$x_1 - x_2 = \frac{7}{2}$, maka nilai b adalah

- A. $b = 65$ atau $b = -1$ C. $b = 5$ atau $b = 1$ E. $b = -65$ atau $b = 5$
B. $b = -65$ atau $b = 1$ D. $b = 6$ atau $b = 1$

Solusi 1: [A]

Persamaan kuadrat $2x^2 - bx + 8b + 2 = 0$, dengan akar-akarnya x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = \frac{b}{2} \dots (1)$$

$$x_1 x_2 = \frac{8b + 2}{2} \dots (2)$$

$$x_1 - x_2 = \frac{7}{2} \dots (3) \quad (\text{diketahui})$$

Penjumlahan persamaan (1) dan (3) menghasilkan:

$$2x_1 = \frac{b + 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{b + 7}{4} \dots (4)$$

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (1), diperoleh

$$x_1 + x_2 = \frac{b}{2}$$

$$\frac{b + 7}{4} + x_2 = \frac{b}{2}$$

$$x_2 = \frac{b - 7}{4} \dots (5)$$

Substitusikan persamaan (4) dan (5) ke persamaan (2), diperoleh

$$x_1 x_2 = \frac{8b + 2}{2}$$

$$\left(\frac{b + 7}{4}\right)\left(\frac{b - 7}{4}\right) = \frac{8b + 2}{2}$$

$$b^2 - 49 = 64b + 16$$

$$b^2 - 64b - 65 = 0$$

$$(b - 65)(b + 1) = 0$$

$$b = 65 \text{ atau } b = -1$$

Solusi 2: [A]

Cara Efisien (Care):

$$D = (ak)^2$$

$$(-b)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (8b + 2) = \left(2 \cdot \frac{7}{2}\right)^2$$

$$b^2 - 64b - 16 = 49$$

$$b^2 - 64b - 65 = 0$$

$$(b - 65)(b + 1) = 0$$

$$b = 65 \text{ atau } b = -1$$

TIPE 2: Rasio (Perbandingan) Akar Persamaan Kuadrat Diketahui

Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dan $x_1 = kx_2$, maka

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k}$$

Contoh:

Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 6x - c + 3 = 0$ dan $x_1 = 5x_2$, maka nilai c adalah

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2 E. 4

Solusi 1: [A]

Persamaan kuadrat $x^2 + 6x - c + 3 = 0$, dengan akar-akarnya x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = -6 \dots (1)$$

$$x_1 x_2 = -c + 3 \dots (2)$$

$$x_1 = 5x_2 \dots (3) \quad (\text{diketahui})$$

Substitusikan persamaan (3) dan (1) diperoleh:

$$5x_2 + x_2 = -6$$

$$x_2 = -1 \dots (4)$$

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (3), diperoleh

$$x_1 = 5x_2$$

$$x_1 = -5 \dots (5)$$

Substitusikan persamaan (4) dan (5) ke persamaan (2), diperoleh

$$x_1 x_2 = -c + 3$$

$$(-1)(-5) = -c + 3$$

$$c = -2$$

Solusi 2: [A]

Care:

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k}$$

$$\frac{6^2}{-c+3} = \frac{(5+1)^2}{5}$$

$$-c+3=5$$

$$c=-2$$

TIPE 3: Menyusun Persamaan Kuadrat Yang Akar-akarnya Diketahui

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan Hasil Jumlah Akar (HJA) dan Hasil Kali Akar (HKA):

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya x_1 dan x_2 adalah $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$.

Contoh:

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya 3 dan $-\frac{2}{5}$ adalah

- A. $5x^2 - 13x - 6 = 0$ C. $5x^2 + 13x - 6 = 0$ E. $5x^2 - 23x - 6 = 0$
 B. $5x^2 - 13x + 6 = 0$ D. $5x^2 - 3x - 6 = 0$

Solusi 1: [A]

Menggunakan Pemfaktoran

$$x = 3 \text{ atau } x = -\frac{2}{5}$$

$$x - 3 = 0 \text{ atau } x + \frac{2}{5} = 0$$

$$(x - 3)\left(x + \frac{2}{5}\right) = 0$$

$$x^2 + \left(\frac{2}{5} - 3\right)x - \frac{6}{5} = 0$$

$$5x^2 + (2 - 15)x - 6 = 0$$

$$5x^2 - 13x - 6 = 0$$

Solusi 2: [A]

Care: Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

$$x^2 - \left(3 - \frac{2}{5}\right)x + 3\left(-\frac{2}{5}\right) = 0$$

$$5x^2 - (15 - 2)x - 6 = 0$$

$$5x^2 - 13x - 6 = 0$$

TIPE 4: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Strategi Invers

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ yang akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 + p$ dan $x_2 + p$ adalah $a(x - p)^2 + b(x - p) + c = 0$.

Contoh:

Diberikan persamaan kuadrat $x^2 - 3x - 9 = 0$ yang akar-akarnya x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 + 2$ dan $x_2 + 2$ adalah

- A. $x^2 - 7x - 1 = 0$ C. $x^2 - 7x + 1 = 0$ E. $x^2 - x + 1 = 0$
 B. $x^2 - x + 7 = 0$ D. $x^2 + x + 1 = 0$

Solusi: [C]**Alternatif 1: Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA**

Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 3x - 9 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = 3 \text{ dan } x_1 x_2 = -9$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 + 2$ dan $x_2 + 2$ adalah

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$x^2 - (x_1 + 2 + x_2 + 2)x + (x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0$$

$$x^2 - \{(x_1 + x_2) + 4\}x + x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0$$

$$x^2 - (3 + 4)x - 9 + 2(3) + 4 = 0$$

$$x^2 - 7x + 1 = 0$$

Solusi 2: [C]**Care: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers**

Invers dari $x + 2$ adalah $x - 2 \rightarrow x^2 - 3x - 9 = 0$

$$(x - 2)^2 - 3(x - 2) - 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 - 3x + 6 - 9 = 0$$

$$x^2 - 7x + 1 = 0$$

TIPE 5: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ yang akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - p$ dan $x_2 - p$ adalah $a(x + p)^2 + b(x + p) + c = 0$.

Contoh:

Diberikan persamaan kuadrat $7x^2 - 3x + 4 = 0$ yang akar-akarnya x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 4$ dan $x_2 - 4$ adalah

- A. $7x^2 + 53x + 104 = 0$ C. $7x^2 - 53x + 96 = 0$ E. $7x^2 - 53x - 104 = 0$
 B. $7x^2 + 53x + 96 = 0$ D. $7x^2 - 53x + 104 = 0$

Solusi 1: [A]**Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA**

Akar-akar persamaan kuadrat $7x^2 - 3x + 4 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = \frac{3}{7} \text{ dan } x_1 x_2 = \frac{4}{7}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 4$ dan $x_2 - 4$ adalah

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$x^2 - (x_1 - 4 + x_2 - 4)x + (x_1 - 4)(x_2 - 4) = 0$$

$$x^2 - \{(x_1 + x_2) - 8\}x + x_1 x_2 - 4(x_1 + x_2) + 16 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{3}{7} - 8\right)x + \frac{4}{7} - 4\left(\frac{3}{7}\right) + 16 = 0$$

$$7x^2 - (3 - 56)x + 4 - 12 + 112 = 0$$

$$7x^2 + 53x + 104 = 0$$

Solusi 2:

Care: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Invers dari $x - 4$ adalah $x + 4 \rightarrow 7x^2 - 3x + 4 = 0$

$$7(x + 4)^2 - 3(x + 4) + 4 = 0$$

$$7x^2 + 56x + 112 - 3x - 12 + 4 = 0$$

$$7x^2 + 53x + 104 = 0$$

TIPE 6: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ yang akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya px_1 dan px_2 adalah $a\left(\frac{x}{p}\right)^2 + b\left(\frac{x}{p}\right) + c = 0$.

Contoh:

Diberikan persamaan kuadrat $3x^2 - 4x - 5 = 0$ yang akar-akarnya x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $2x_1$ dan $2x_2$ adalah

A. $3x^2 + 8x - 20 = 0$

C. $3x^2 + 8x + 20 = 0$

E. $8x^2 - 3x + 20 = 0$

B. $3x^2 - 8x - 20 = 0$

D. $8x^2 - 3x - 20 = 0$

Solusi 1: [B]

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA

Akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 - 4x - 5 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = \frac{4}{3} \text{ dan } x_1 x_2 = -\frac{5}{3}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $2x_1$ dan $2x_2$ adalah

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$x^2 - (2x_1 + 2x_2)x + (2x_1)(2x_2) = 0$$

$$x^2 - 2(x_1 + x_2)x + 4x_1 x_2 = 0$$

$$x^2 - 2\left(\frac{4}{3}\right)x + 4\left(-\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$3x^2 - 8x - 20 = 0$$

Solusi 2:

Care: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Invers dari $2x$ adalah $\frac{x}{2} \rightarrow 3x^2 - 4x - 5 = 0$

$$3\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{x}{2}\right) - 5 = 0$$

$$3x^2 - 8x - 20 = 0$$

TIPE 7: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ yang akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{x_1}{p}$ dan $\frac{x_2}{p}$ adalah $a(px)^2 + b(px) + c = 0$.

Contoh:

Diberikan persamaan kuadrat $5x^2 + 4x - 7 = 0$ yang akar-akarnya x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{3}{2}x_1$ dan $\frac{3}{2}x_2$ adalah

A. $20x^2 + 24x + 63 = 0$

C. $20x^2 + 24x + 63 = 0$

E. $20x^2 + 24x + 63 = 0$

B. $20x^2 + 24x + 63 = 0$

D. $20x^2 + 24x + 63 = 0$

Solusi 1: [B]

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA

Akar-akar persamaan kuadrat $5x^2 + 4x - 7 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = -\frac{4}{5} \text{ dan } x_1x_2 = -\frac{7}{5}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{3}{2}x_1$ dan $\frac{3}{2}x_2$ adalah

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{3}{2}x_1 + \frac{3}{2}x_2\right)x + \left(\frac{3}{2}x_1\right)\left(\frac{3}{2}x_2\right) = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{2}(x_1 + x_2)x + \frac{9}{4}x_1x_2 = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{2}\left(-\frac{4}{5}\right)x + \frac{9}{4}\left(-\frac{7}{5}\right) = 0$$

$$20x^2 + 24x - 63 = 0$$

Solusi 2:

Care: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Invers dari $\frac{3}{2}x$ adalah $\frac{2x}{3} \rightarrow 5x^2 + 4x - 7 = 0$

$$5\left(\frac{2x}{3}\right)^2 + 4\left(\frac{2x}{3}\right) - 7 = 0$$
$$20x^2 + 24x - 63 = 0$$

TIPE 8: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ yang akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $-x_1$ dan $-x_2$ adalah $a(-x)^2 + b(-x) + c = 0$ atau $ax^2 - bx + c = 0$.

Contoh:

Diberikan persamaan kuadrat $6x^2 - 3x + 7 = 0$ yang akar-akarnya x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $-x_1$ dan $-x_2$ adalah

- A. $6x^2 + 3x - 7 = 0$ C. $x^2 - 3x + 7 = 0$ E. $6x^2 + 3x + 7 = 0$
B. $6x^2 - 3x + 7 = 0$ D. $7x^2 - 3x + 6 = 0$

Solusi 1: [B]

Alternatif 1: Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA

Akar-akar persamaan kuadrat $6x^2 - 3x + 7 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \text{ dan } x_1 x_2 = \frac{7}{6}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $-x_1$ dan $-x_2$ adalah

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$x^2 - (-x_1 - x_2)x + (-x_1)(-x_2) = 0$$

$$x^2 + (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{7}{6} = 0$$

$$6x^2 + 3x + 7 = 0$$

Solusi 2: [B]

Care: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Invers dari $-x$ adalah $-x \rightarrow 6x^2 - 3x + 7 = 0$

$$(-x)^2 - 3(-x) + 7 = 0$$

$$6x^2 + 3x + 7 = 0$$

TIPE 9: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ yang akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $px_1 - q$ dan $px_2 - q$ adalah $a\left(\frac{x+q}{p}\right)^2 + b\left(\frac{x+q}{p}\right) + c = 0$.

Contoh:

Diberikan persamaan kuadrat $x^2 - 3x + 1 = 0$ yang akar-akarnya x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $2x_1 - 4$ dan $2x_2 - 4$ adalah

- A. $x^2 + 2x + 4 = 0$ C. $x^2 - 4x - 2 = 0$ E. $x^2 - 2x + 4 = 0$
 B. $x^2 + 2x - 4 = 0$ D. $x^2 + 4x - 4 = 0$

Solusi 1: [B]**Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA**

Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 3x + 1 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = 3 \text{ dan } x_1 x_2 = 1$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $2x_1 - 4$ dan $2x_2 - 4$ adalah

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$x^2 - (2x_1 - 4 + 2x_2 - 4)x + (2x_1 - 4)(2x_2 - 4) = 0$$

$$x^2 - \{2(x_1 + x_2) - 8\}x + 4x_1 x_2 - 8(x_1 + x_2) + 16 = 0$$

$$x^2 - [2(3) - 8]x + 4(1) - 8(3) + 16 = 0$$

$$x^2 + 2x - 4 = 0$$

Solusi 2: [B]**Care: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers**

Invers dari $2x - 4$ adalah $\frac{x+4}{2} \rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$

$$\left(\frac{x+4}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{x+4}{2}\right) + 1 = 0$$

$$\frac{x^2 + 8x + 16}{4} - \frac{3x + 12}{2} + 1 = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 - 6x - 24 + 4 = 0$$

$$x^2 + 2x - 4 = 0$$

TIPE 10: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ yang akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $px_1 + q$ dan $px_2 + q$ adalah $a\left(\frac{x-q}{p}\right)^2 + b\left(\frac{x-q}{p}\right) + c = 0$.

Contoh:

Diberikan persamaan kuadrat $4x^2 - 8x - 5 = 0$ yang akar-akarnya x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $3x_1 + 5$ dan $3x_2 + 5$ adalah

- A. $4x^2 + 64x - 175 = 0$ C. $4x^2 - 64x - 175 = 0$ E. $4x^2 + 64x + 155 = 0$
 B. $4x^2 + 64x + 120 = 0$ D. $4x^2 - 64x + 175 = 0$

Solusi 1: [D]**Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA**

Akar-akar persamaan kuadrat $4x^2 - 8x - 5 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = 2 \text{ dan } x_1 x_2 = -\frac{5}{4}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $3x_1 + 5$ dan $3x_2 + 5$ adalah

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$x^2 - (3x_1 + 5 + 3x_2 + 5)x + (3x_1 + 5)(3x_2 + 5) = 0$$

$$x^2 - \{3(x_1 + x_2) + 10\}x + 9x_1 x_2 + 15(x_1 + x_2) + 25 = 0$$

$$x^2 - [3(2) + 10]x + 9\left(-\frac{5}{4}\right) + 15(2) + 25 = 0$$

$$x^2 - 16x - \frac{45}{4} + 55 = 0$$

$$4x^2 - 64x + 175 = 0$$

Solusi 2: [D]**Care: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers**

Invers dari $3x + 5$ adalah $\frac{x-5}{3} \rightarrow 4x^2 - 8x - 5 = 0$

$$4\left(\frac{x-5}{3}\right)^2 - 8\left(\frac{x-5}{3}\right) - 5 = 0$$

$$\frac{4x^2 - 40x + 100}{9} - \frac{8x - 40}{3} - 5 = 0$$

$$4x^2 - 40x + 100 - 24x + 120 - 45 = 0$$

$$4x^2 - 64x + 175 = 0$$

TIPE 11: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ yang akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{1}{x_1}$ dan $\frac{1}{x_2}$ adalah $a\left(\frac{1}{x}\right)^2 + b\left(\frac{1}{x}\right) + c = 0$ atau $cx^2 + bx + a = 0$.

Contoh:

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya kebalikan dari akar-akar persamaan $2x^2 - 3x + 5 = 0$ adalah

A. $2x^2 - 5x + 3 = 0$

C. $3x^2 - 2x + 5 = 0$

E. $5x^2 - 3x + 2 = 0$

B. $2x^2 + 3x + 5 = 0$

D. $3x^2 - 5x + 2 = 0$

Solusi 1: [E]**Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA**

Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 3x + 5 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = \frac{3}{2} \text{ dan } x_1 x_2 = \frac{5}{2}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{1}{x_1}$ dan $\frac{1}{x_2}$ adalah

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) x + \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} \right) x + \frac{1}{x_1 x_2} = 0$$

$$(x_1 x_2) x^2 - (x_1 + x_2) x + 1 = 0$$

$$\frac{5}{2} x^2 - \frac{3}{2} x + 1 = 0$$

$$5x^2 - 3x + 2 = 0$$

Solusi 2: [E]

Care: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

$$\text{Invers dari } \frac{1}{x} \text{ adalah } \frac{1}{x} \rightarrow 2\left(\frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{x}\right) + 5 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 3x + 2 = 0$$

TIPE 12: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ yang akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya x_1^2 dan x_2^2 adalah $a(\sqrt{x})^2 + b\sqrt{x} + c = 0$.

Contoh:

Bila akar-akar persamaan $3x^2 + 8x + 4 = 0$ adalah p dan q , maka persamaan kuadrat yang mempunyai akar-akar p^2 dan q^2 adalah

A. $9x^2 + 64x + 16 = 0$

C. $3x^2 + 40x + 4 = 0$

E. $9x^2 - 40x + 16 = 0$

B. $9x^2 - 64x + 16 = 0$

D. $9x^2 + 40x + 16 = 0$

Solusi 1: [B]

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA

Akar-akar persamaan $3x^2 + 8x + 4 = 0$ adalah p dan q

$$p + q = \frac{-8}{3} \text{ dan } pq = \frac{4}{3}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya p^2 dan q^2 adalah

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$x^2 - (p^2 + q^2)x + p^2 \cdot q^2 = 0$$

$$x^2 - [(p+q)^2 - 2pq]x + (pq)^2 = 0$$

$$x^2 - \left[\left(\frac{-8}{3} \right)^2 - 2 \left(\frac{4}{3} \right) \right] x + \left(\frac{4}{3} \right)^2 = 0$$

$$9x^2 - (64 - 24)x + 16 = 0$$

$$9x^2 - 40x + 16 = 0$$

Solusi 2: [B]

Care: Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Invers dari x^2 adalah $\sqrt{x} \rightarrow 3(\sqrt{x})^2 + 8\sqrt{x} + 4 = 0$

$$3x + 8\sqrt{x} + 4 = 0$$

$$3x + 4 = -8\sqrt{x} \text{ (Kedua sisi dikuadratkan)}$$

$$9x^2 + 24x + 16 = 64x$$

$$9x^2 - 40x + 16 = 0$$

TIPE 13: Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

Diberikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ yang akar-akarnya adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya x_1^3 dan x_2^3 adalah $a(\sqrt[3]{x})^2 + b\sqrt[3]{x} + c = 0$.

Contoh:

Bila akar-akar persamaan $x^2 - 4x - 7 = 0$ adalah α dan β , maka persamaan kuadrat yang mempunyai akar-akar α^3 dan β^3 adalah

A. $x^2 - 5x - 343 = 0$

C. $x^2 - 64x - 343 = 0$

E. $x^2 + 120x - 343 = 0$

B. $x^2 - 120x - 343 = 0$

D. $x^2 - 120x + 343 = 0$

Solusi 1: [B]

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan HJA dan HKA

Akar-akar persamaan $x^2 - 4x - 7 = 0$ adalah α dan β , maka

$$\alpha + \beta = 4 \text{ dan } \alpha\beta = -7$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya α^3 dan β^3 adalah

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Menggunakan Jumlah dan Hasil Kali Akar-akar:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

$$x^2 - (\alpha^3 + \beta^3)x + \alpha^3 \cdot \beta^3 = 0$$

$$x^2 - \left[(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \right] x + (\alpha\beta)^3 = 0$$

$$x^2 - [4^3 - 2 \cdot (-7) \cdot 4] x + (-7)^3 = 0$$

$$x^2 - (64 + 56)x - 343 = 0$$

$$x^2 - 120x - 343 = 0$$

Solusi 2: [B]

Rumus Menyusun Persamaan Kuadrat Baru Menggunakan Metode Invers

$$\sqrt[3]{x} \rightarrow (\sqrt[3]{x})^2 - 4\sqrt[3]{x} - 7 = 0$$

$$\sqrt[3]{x^2} - 4\sqrt[3]{x} = 7 \quad (\text{Kedua sisi dipangkatkan tiga})$$

$$x^2 - 3(\sqrt[3]{x^2})^2(4\sqrt[3]{x}) + 3(\sqrt[3]{x^2})(4\sqrt[3]{x})^2 - 64x = 343$$

$$x^2 - 3(\sqrt[3]{x^2})(4\sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{x^2} - 4\sqrt[3]{x}) - 64x = 343$$

$$x^2 - 3(4x)(7) - 64x = 343$$

$$x^2 - 56x - 64x = 343$$

$$x^2 - 120x - 343 = 0$$

SOAL-SOAL LATIHAN

1. **UN 2013**

Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai $a = \dots$

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6 E. 8

2. **UN 2013**

Salah satu nilai p yang menyebabkan persamaan kuadrat $2x^2 + (p+1)x + 8 = 0$ memiliki akar kembar adalah...

- A. -8 B. -7 C. 6 D. 7 E. 9

3. **UN 2013**

Salah satu nilai a yang menyebabkan persamaan kuadrat $x^2 - (a+3)x + 1 = 0$ mempunyai akar kembar adalah...

- A. -3 B. -5 C. -6 D. -9 E. -12

4. **UN 2013**

Diketahui persamaan kuadrat $x^2 + (a-3)x + 9 = 0$. Nilai a yang menyebabkan persamaan tersebut mempunyai akar-akar kembar adalah...

- A. $a = 6$ atau $a = -6$ C. $a = 6$ atau $a = 3$ E. $a = 12$ atau $a = -3$
 B. $a = 3$ atau $a = -3$ D. $a = 9$ atau $a = -3$

5. **UN 2013**

Agar persamaan kuadrat $x^2 + (p-2)x + 4 = 0$ mempunyai akar kembar, maka nilai p yang memenuhi adalah...

- A. $p = -6$ atau $p = 4$ C. $p = -3$ atau $p = 4$ E. $p = 1$ atau $p = -12$
 B. $p = -2$ atau $p = 6$ D. $p = -3$ atau $p = -4$

6. **UN 2011**

Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + mx + 16 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan α, β positif, maka nilai $m = \dots$

- A. -12 B. -6 C. 6 D. 8 E. 12

7. **UN 2011**

Akar-akar persamaan $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah α dan β . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(\alpha + 2)$ dan $(\beta + 2)$ adalah....

- A. $3x^2 - 24x + 38 = 0$ C. $3x^2 - 24x - 38 = 0$ E. $3x^2 - 24x - 24 = 0$
B. $3x^2 + 24x + 38 = 0$ D. $3x^2 - 24x + 24 = 0$

8. **UN AP12 2010**

Akar-akar persamaan $x^2 + (2a - 3)x + 18 = 0$ adalah p dan q . Jika $p = 2q$, untuk $p > 0$, $q > 0$. Nilai $a - 1 = \dots$

- A. -5 B. -4 C. 2 D. 3 E. 4

9. **UN AP12 dan BP45 2010**

Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p + 1$ dan $2q + 1$ adalah

- A. $x^2 + 10x + 11 = 0$ C. $x^2 - 10x + 11 = 0$ E. $x^2 - 12x - 7 = 0$
B. $x^2 - 10x + 7 = 0$ D. $x^2 - 12x + 7 = 0$

10. **UN AP12 dan BP 45 2009**

Akar-akar persamaan $2x^2 - 6x + 2m - 1 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$, maka nilai m adalah

- A. 3 B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$ E. $\frac{1}{2}$

11. **UN AP12 2007**

Persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 3$ dan $x_2 - 3$ adalah

- A. $x^2 - 2x = 0$ C. $x^2 + x = 0$ E. $x^2 + x + 30 = 0$
B. $x^2 - 2x + 30 = 0$ D. $x^2 + x - 30 = 0$

12. **UN BP45 2007**

Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan $x^2 - x + 2 = 0$, persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2x_1 - 2$ dan $2x_2 - 2$ adalah

- A. $8x^2 + 2x + 1 = 0$ C. $x^2 + 2x + 8 = 0$ E. $x^2 - 2x + 8 = 0$
B. $x^2 + 8x + 2 = 0$ D. $x^2 - 8x - 2 = 0$

13. **EBTANAS 2000**

Akar - akar persamaan $x^2 + 2qx + p = 0$ adalah p dan q , $q - p = 4$. Nilai $p = \dots$

- A. 3 B. 2 C. 1 D. -1 E. -3

14. **EBTANAS 1999**

Akar persamaan kuadrat $x^2 - 2x + 3 = 0$ adalah α dan β . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(\alpha - 2)$ dan $(\beta - 2)$ adalah....

- A. $x^2 + 6x + 5 = 0$ C. $x^2 + 6x + 11 = 0$ E. $x^2 + 2x + 11 = 0$
B. $x^2 + 6x + 7 = 0$ D. $x^2 + 2x + 3 = 0$

15. **UMPTN Madas Rayon A 1994**

Jika selisih akar-akar persamaan $x^2 - nx + 24 = 0$ sama dengan 5, maka jumlah akar-akar persamaan adalah....

- A. 11 atau -11 B. 9 atau -9 C. 8 atau -8 D. 7 atau -7 E. 6 atau -6

16. **UMPTN IPA Rayon A 1994**

Dalam persamaan kuadrat $2x^2 - (a+1)x + (a+3) = 0$, a konstan, jika selisih kedua akarnya sama dengan 1, maka kuadrat jumlah akar-akar persamaan adalah....

- A. 1 atau 25 B. 1 atau 5 C. 3 atau 9 D. 9 atau 81 E. 5 atau 25

17. **Proyek Perintis I, 1983**

x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - (p+3)x + (2p+2) = 0$. Jika p bilangan asli, maka $x_1 = 3x_2$, apabila p sama dengan

- A. 12 B. 8 C. 6 D. 5 E. 4

18. **UMPTN Madas Rayon A 1995**

α dan β adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 4x + a - 4 = 0$. Jika $\alpha = 3\beta$, maka nilai a yang memenuhi adalah

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 7 E. 8

19. **UMPTN Madas Rayon B 1997**

Salah satu akar persamaan $x^2 + ax - 4 = 0$ adalah lima lebih besar dari akar yang lain. Nilai a adalah

- A. -1 atau 1 B. -2 atau 2 C. -3 atau 3 D. -4 atau 4 E. -5 atau 5

20. **UMPTN Madas Rayon B 1997**

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya dua lebih besar dari akar-akar persamaan $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah

- A. $3x^2 - 24x + 28 = 0$ C. $3x^2 - 24x - 38 = 0$ E. $3x^2 - 24x + 24 = 0$
 B. $3x^2 + 24x + 38 = 0$ D. $3x^2 - 24x + 24 = 0$

21. **UMPTN Madas Rayon A 1996**

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya dua kali akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 8x + 10 = 0$ adalah

- C. $x^2 + 16x + 20 = 0$ C. $x^2 + 16x + 80 = 0$ E. $x^2 + 16x + 160 = 0$
 D. $x^2 + 16x + 40 = 0$ D. $x^2 + 16x + 120 = 0$

22. **SIPENMARU, Madas, 1987**

Jika x_1 dan x_2 akar-akar persamaan $ax^2 + bx + c = 0$, maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya x_1^2 dan x_2^2 adalah

- A. $a^2x^2 + b^2x + c^2 = 0$ D. $a^2x^2 - (b^2 + 2ac)x + c^2 = 0$
 B. $a^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + c^2 = 0$ E. $a^2x^2 + (b^2 - 2ac)x + c^2 = 0$
 C. $a^2x^2 + (b^2 + 2ac)x + c^2 = 0$