

Metode Cardano (Gerolamo Cardano berkebangsaan Milan, Italy, 1501-1576)

Oleh: Husein Tampomas

Contoh:

Akar-akar persamaan pangkat tiga yang rasional.

Slesaikan persamaan $x^3 - 24x^2 + 165x - 242 = 0$.

Solusi:

Gunakan Metode Cardano

Ambillah $x = y - \frac{b}{3a} \Leftrightarrow x = y - \frac{-24}{3 \cdot 1} = y + 8$, sehingga

$$(y+8)^3 - 24(y+8)^2 + 165(y+8) - 242 = 0$$

$$y^3 + 24y^2 + 192y + 512 - 24y^2 - 384y - 1536 +$$

$$165y + 1320 - 242 = 0$$

$$y^3 - 27y + 54 = 0$$

Cara 1:

Ambillah $y = z - \frac{b}{3z} \Leftrightarrow y = z - \frac{-27}{3z} = z + \frac{9}{z}$, sehingga

$$\left(z + \frac{9}{z}\right)^3 - 27\left(z + \frac{9}{z}\right) + 54 = 0$$

$$z^3 + 27z + \frac{243}{z} + \frac{729}{z^3} - 27z - \frac{243}{z} + 54 = 0$$

$$z^3 + \frac{729}{z^3} + 54 = 0$$

$$\left(z^3\right)^2 + 54z^3 + 729 = 0$$

$$z^3 = \frac{-54 \pm \sqrt{2196 - 2916}}{2} = \frac{-54 \pm 0}{2} = -27$$

$$z = -3$$

$$y = z + \frac{9}{z} = -3 - 3 = -6$$

$$x = y + 8 = -6 + 8 = 2$$

Persamaan $x^3 - 24x^2 + 165x - 242 = 0$ dibagi $x - 2$

$$\begin{array}{r} \overline{) x^3 - 24x^2 + 165x - 242} \\ \underline{x^3 - 2x^2} - \\ - 22x^2 + 165x - 242 \\ \underline{-22x^2 + 44x} - \\ 121x - 242 \\ \underline{121x - 242} - \end{array}$$

$$x^3 - 24x^2 + 165x - 242 = 0$$

$$(x-2)(x^2 - 22x + 121) = 0$$

$$(x-2)(x-11)^2 = 0$$

Jadi, akar-akarnya adalah 2 atau 11.

Cara 2:

Ambillah $x = y - \frac{b}{3a} \Leftrightarrow x = y - \frac{-24}{3 \cdot 1} = y + 8$, sehingga

$$(y+8)^3 - 24(y+8)^2 + 165(y+8) - 242 = 0$$

$$y^3 + 24y^2 + 192y + 512 - 24y^2 - 384y - 1536 + 165y + 1320 - 242 = 0$$

$$y^3 - 27y + 54 = 0$$

$$y^3 - 27y = -54$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a-b)^3 - 3ab(a-b) = a^3 - b^3$$

Jika a dan b memenuhi $3ab = -27$ dan $a^3 - b^3 = -54$, maka $(a-b)$ adalah solusi dari

$y^3 - 27y = -54$. Tetapi sekarang $b = -\frac{9}{a}$ sehingga

$$a^3 - \left(-\frac{9}{a}\right)^3 = -54$$

$$a^3 + \frac{729}{a^3} = -54$$

$$(a^3)^2 + 54a^3 + 729 = 0$$

$$a^3 = \frac{-54 \pm \sqrt{2196 - 2916}}{2} = \frac{-54 \pm 0}{2} = -27$$

$$a = -3$$

$$b = -\frac{9}{a} = 3$$

$$y = a - b = -3 - 3 = -6$$

$$x = y + 8 = -6 + 8 = 2$$

Persamaan $x^3 - 24x^2 + 165x - 242 = 0$ dibagi $x - 2$

$$\begin{array}{r} x^2 - 22x + 121 \\ x-2 \overline{) x^3 - 24x^2 + 165x - 242} \\ \underline{x^3 - 2x^2} - \\ -22x^2 + 165x - 242 \\ \underline{-22x^2 + 44x} - \\ 121x - 242 \\ \underline{121x - 242} - \end{array}$$

$$x^3 - 24x^2 + 165x - 242 = 0$$

$$(x-2)(x^2 - 22x + 121) = 0$$

$$(x-2)(x-11)^2 = 0$$

Jadi, akar-akarnya adalah 2 atau 11.